

Prof. dr hab. Tadeusz Domański
Katedra Fizyki Teoretycznej,
Instytut Fizyki UMCS,
20-031 Lublin

Lublin, 25 listopada 2021 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Piotra Dariusza Zdybła
pt. „**Kwantowe przemiany fazowe w spolaryzowanych
mieszaninach atomów fermionowych o nierównych masach**”

Przedłożona rozprawa doktorska dotyczy teoretycznego opisu klasycznych i kwantowych przemian fazowych do stanu nadciekłego/nadprzewodzącego w układach fermionowych. Zasadniczym celem badań było uwzględnienie wpływu nierównych mas fermionów sprzęganych w pary oraz nieidentycznych powierzchni Fermiego (np. rozszczepionych zee-manowsko pod wpływem pola magnetycznego) na stabilność i charakter przejścia do stanu nadciekłego. Takie warunki mogą być w praktyce zrealizowane w mieszaninach spulapkowanych atomów fermionowych, które po schłodzeniu do ultrazimnych temperatur przejawiają cechy kwantowo-mechaniczne (w tym tendencję do nadciekłości).

Praca doktorska została przygotowana w Katedrze Fizyki Materii Skondensowanej w Instytucie Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Warszawskiego. Promotorem pracy jest dr hab. Paweł Jakubczyk. W treści rozprawy Autor przedstawił zwięźle wprowadzenie, omówił wątki kontekstu teoretyczno-doświadczalnego (rozdziały 2-4), zaprezentował przegląd oryginalnych wyników (rozdziały 5-7) i podsumował uzyskane przez siebie wnioski oraz nakreślił perspektywę pokrewnych zagadnień (rozdział 8). Techniczne szczegóły dotyczące sumowania po częstościach Matsubary, procedury przedłużenia analitycznego oraz wyprowadzenia wkładu kwantowego do równania płynięcia teorii renormalizacji zestawiono w dodatkach. Poniżej postaram się przedstawić merytoryczną ocenę ważniejszych zagadnień poruszanych w przedłożonej rozprawie.

We wstępnych fragmentach rozprawy Doktorant podał uzasadnienie podjętej tematyki badań i odniesienie do empirycznych realizacji ultrazimnych nadcieczy atomowych. Między innymi przedstawił rys historyczny uzyskania pierwszych kondensatów Bosego-Einsteina w układach ultrazimnych atomów typu bozonowego i fermionowego. Podał też krótki przegląd technik chłodzenia atomów do temperatur submikrokelwionowych, wymaganych dla obserwowalności kwantowo-mechanicznej natury gazów cząstek o koncentracjach $n \sim 10^{12} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Doktorant wymienił typowe techniki pomiarowe, m.in.

spektroskopię czasu przelotu (*time-of-flight*) wykorzystywaną do obrazowania przestrzennopędowego profilu kondensatów atomowych, spektroskopię pomiaru wzbudzeń kwazicząstkowych (*radio-frequency spectroscopy*), metodę rozpraszania braggowskiego do wyznaczania czynnika strukturalnego i inne. Kluczowe znaczenie dla kontrolowanego sterowania potencjałem oddziaływania między atomami odgrywa rezonansowe rozpraszanie Feshbacha. Autor przedstawił istotę tego mechanizmu na gruncie podejścia fal parcjalnych w teorii rozpraszania atomów. Efektywny potencjał oddziaływań dwuciałowych może być wówczas dostrajany (np. poprzez zmianę pola magnetycznego) od granicy słabego do silnego sprzężenia, co umożliwia realizację płynnego przejścia (*crossover-u*) od stanu BCS do kondensatu Bose-Einsteina ciasno związanych par lślnych. Doktorant przedstawił średniopolowy scenariusz wyznaczenia temperatury, przy której pojawiają się pary związanych fermionów. Na gruncie podejścia macierzy-T (użytego przez Noziéresa i Schmitt-Rinka do uwzględnienia gaussowskich fluktuacji par) przedstawiono następnie warunek pojawiania się w układzie uporządkowania dalekozasięgowego, który odpowiada faktycznemu przejściu w stan nadciekły. Typowy diagram fazowy układów jednorodnych jest pokazany na rysunku 2.4. Doktorant podkreślił, że zarówno zróżnicowanie mas fermionów sprzęganych w pary jak też zróżnicowanie populacji komponentów fermionowych mogą w istotny sposób wzmacniać rolę efektów fluktuacyjnych. W szczególności zjawiska te mogą przejawiać się w temperaturze zerowej, gdzie przejście przyjmuje charakter kwantowego przejścia fazowego.

W rozdziale trzecim opisano charakterystyczne właściwości klasycznych i kwantowych przejść fazowych. Na przykładzie ciągłej przemiany fazowej zdefiniowano zestaw wykładników krytycznych (tabela 3.1), które przejawiają się w obserwablach fizycznych przy zbliżaniu do temperatury przejścia T_c . Uniwersalny charakter właściwości w pobliżu klasycznego przejścia fazowego uzasadniono w oparciu o teorię skalowania Widoma oraz schemat renormalizacji. Odpowiednią analizę na bazie teorii skalowania można sformułować dla przypadku kwantowej przemiany fazowej, zastępując wymiar d przez $D = d + z$ (gdzie z oznacza wykładnik dynamiczny). Zakres występowania dominujących fluktuacji termicznych, kwantowych lub ich współlistnienia powyżej kwantowego punktu krytycznego (QPC) przedstawiono schematycznie na rysunku 3.1. Na przykładzie przejścia od paramagnetyka do ferromagnetyka Doktorant przedstawił podstawowe elementy teorii Hertza (podkreślając powiązanie cech statycznych i dynamicznych) oraz perturbacyjnej procedury renormalizacji sformułowanej przez Millisa. W ramach takiego podejścia można uwzględnić wpływ tłumienia Landaua (sprzęgającego fermionowe i bozonowe stopnie swobody) na przejście fazowe. Dla niezerowych temperatur przedyskutowano scenariusz ciągłego przejścia od obszaru klasycznego do kwantowego (powyżej QCP), co zilustrowano na rysunku 3.2.

Zasadnicza część rozprawy jest opisana w rozdziałach 4-7. Kwantowe przemiany fazowe atomów typu fermionowego o nierównych masach przeanalizowano w ujęciu formalizmu całek funkcjonalnych. W rozdziale czwartym Doktorant przedstawił zarys tego podejścia w odniesieniu do fermionów sprzężonych punktowym oddziaływaniem przyciągającym. Schemat wykorzystuje transformację Hubbarda-Stratonovicha, poprzez którą dwuciałowy wyraz oddziaływania można wyeliminować wprowadzając pomocnicze pole bozonowe (w tym przypadku w kanale parowania). Efektywne działanie przyjmuje wówczas postać biliniową (4.4), umożliwiając ściśle wyciągnięcie fermionowych stopni swobody. Zespolone pole bozonowe można interpretować jako parametr porządku fermionów sprzężonych w pary. Autor przedstawił istotę przybliżenia punktu siodłowego, które jest równoważne przybliżeniu średniego pola w teorii BCS. Idea polega na wyborze pola bozonowego w postaci stacjonarnej i jednorodnej przestrzennie. W kolejnych krokach uwzględniono fluktuacje kwadratowe pola bozonowego względem punktu siodłowego. Doktorant określił gaussowskie poprawki do ogólnego wyrażenia na sumę statystyczną (4.22) oraz przedyskutował postać jednoczątkowej funkcji Greena w cząstkowo-dziurowej reprezentacji Nambu. Tego rodzaju podejście uwzględnia klasę diagramów drabinkowych na poziomie przybliżeniu przypadkowej fazy (RPA) zastosowanej w teorii Nozièresa i Schmitt-Rinka.

Rozdział 5 analizuje średniopolowe diagramy fazowe mieszaniny atomów typu fermionowego o zadanym stosunku mas $r = m_-/m_+$ względem pola magnetycznego h (którego wpływ uwzględniono w obecnym przypadku poprzez wyraz Zeemana) oraz potencjału chemicznego (określającego koncentrację n_σ poszczególnych komponentów $\sigma = +, -$). Typowy diagram fazowy przedstawiono na rysunku 5.1. Przejście ze stanu normalnego w nadciężły w niskich temperaturach (dla $T < T_{tri}$) ma charakter przejścia pierwszego rodzaju, natomiast w wyższych temperaturach staje się przejściem ciągłym. Przy odpowiedniej asymetrii mas ($r \neq 1$) wartość temperatury $T_{tri} \rightarrow 0$, co pozwala na realizację *kwantowego punktu trójkrytycznego*. Powyżej tego punktu w kierunku osi temperatur obserwuje się zachowanie typu *reentrant*, co zilustrowano w prawej części rysunku 5.2. Dla średniopolowego kwantowego punktu krytycznego Doktorant przeprowadził szczegółową analizę rozwinięcia Landaua, które polegało na rozwinięciu efektywnego potencjału $U(\Delta)$ [danego wyrażeniem (4.20)] względem parzystych potęg amplitudy parametru porządku Δ^{2n} . Poszczególne współczynniki rozwinięcia mają ścisły związek z fermionowymi diagramami pętlowymi w kanale cząstka-cząstka sprzęgającymi się z zewnętrznymi bozonowymi propagatorami o zerowym pędzie. Doktorant podał analityczną postać współczynników drugiego i czwartego rzędu dla wszystkich obszarów A-F wyróżnionych we współrzędnych (μ, h) na schemacie 5.7 dla układu dwu- oraz trójwymiarowego. Na tej podstawie stwierdził, że w dwuwymiarowym układzie teoria średniego pola nie dopuszcza istnienia kwantowego punktu trójkrytycznego. W przypadku trójwymiarowym realizacja takiego punktu krytycznego jest natomiast możliwa dla odpowiednio dużej asymetrii mas $r > r_c \approx 3$. Korzystając ze schematu rozwinięcia Sommerfelda dokonano oszacowania asymptotycz-

nej zależności temperatury krytycznej $T_c(h)$ w bliskim otoczeniu punktu krytycznego. Doktorant uwzględnił następnie rolę gaussowskich fluktuacji parametru porządku w celu zbadania ewentualnej realizacji niejednorodnej fazy nadciekłej. W szczególności zbadał warunki zaistnienia punktu Lifszycy, w którym faza normalna koegzystuje z fazami nadciekłymi o charakterze jednorodnym i niejednorodnym. Na podstawie rozwinięcia gradientowego dla propagatora fluktuacji parowania (5.34) mgr Zdybel wykazał warunki zapewniające realizację punktu Lifszycy w zerowej temperaturze (czyli kwantowego punktu Lifszycy) i podał przykładowe parametry dla wybranych mieszanin atomów fermionowych.

Kolejny rozdział rozprawy doktorskiej dotyczy kolektywnych właściwości nadcieczy fermionowych. Parametr porządku jest wielkością zespoloną, która charakteryzuje się zarówno kolektywnymi oscylacjami fazy (mod Nambu-Goldstone’a typu fali dźwiękowej) jak też fluktuacjami amplitudy (mod Higgsa o minimalnej energii $2|\Delta|$). W przypadku ładunkowych nadcieczy (czyli nadprzewodników) mod Goldstone’a sprzęga się z polem elektromagnetycznym i ulega przesunięciu do częstości plazmonowej (tzw. mechanizm Andersona-Higgsa). W przypadku neutralnych nadcieczy scenariusz tego rodzaju nie realizuje się, dzięki czemu kolektywny mod dźwiękowy może być empirycznie obserwowalny. Doktorant podjął próbę zbadania wpływu niezerowności populacji i/lub mas atomów typu fermionowego na efekt tłumienia niskoenergetycznych modów kolektywnych typu Goldstone’a. W tym celu przeprowadził szczegółową analizę biegunów propagatora pola parowania w granicy długofalowej $q \rightarrow 0$. Od strony technicznej wykorzystał rozwinięcie gradientowe do określenia zależności dyspersyjnej (rzeczywista część biegunów propagatora pola parowania) raz współczynnika tłumienia (określonego urojoną częścią biegunów). Zasadniczy wynik wskazuje, że przy odpowiednio znacznym niedopasowaniu powierzchni Fermiego bezmasowe mody Goldstone’a podlegają tłumieniu nawet w temperaturze zera bezwzględnej. Tłumienie jest obecne w szerokim zakresie diagramu stanu nadciekłego i jest niezależne od rzędu przemiany fazowej. Doktorant wykazał również, że tłumienie Landaua jest nieuchronne w otoczeniu kwantowego punktu krytycznego. Ostatni fragment rozdziału szóstego analizuje efekty tłumienia w fazie normalnej. W odróżnieniu od fazy nadciekłej procesy odpowiedzialne za tłumienie modów kolektywnych pojawiają się dopiero przy odpowiednio wysokiej energii, co zilustrowano na rysunku 6.7. W tej części rozprawy doktorskiej zabrakło mi krótkiego komentarza w jaki sposób należy interpretować kolektywne właściwości par fermionowych w stanie normalnym. Przypuszczalnie Autor miał na myśli obszar pseudoszczelinowy, gdzie powyżej T_c preegzystują nieskorelowane/niekoherentne pary fermionów bez uporządkowania dalekozasięgowego.

Rozdział siódmy analizuje wpływ fluktuacji zespolonego parametru porządku na charakter kwantowej przemiany fazowej między nadcieczą i stanem normalnym w ramach podejścia grupy renormalizacyjnej (RG) w sformułowaniu Wettericha. Przedmiotem zainteresowania Doktoranta była ciągła przemiana fazowa stanu podstawowego ($T = 0$) niezerownożonych mieszanin fermionowych w układzie 3-wymiarowym, ze szczególnym

zwróceniem uwagi na efekty tłumienia Landaua. Autor przedstawił ogólny zarys nieperturbacyjnej funkcjonalnej procedury Wettericha dla układu z N -komponentowym parametrem porządku. Określił następnie efektywne równanie płynięcia (7.12), na podstawie którego można wyprowadzić hierarchię równań dla nieredukowalnych funkcji wierzchołkowych. Trzy pierwsze z nich zostały zilustrowane diagramowo na rysunku 7.2. W przypadku nadcieczy fermionowych parametr porządku jest 2-komponentowy, dlatego wygodnie było zdefiniować jego składową podłużną (π_q) oraz poprzeczną (σ_q). Doktorant dokonał rozwinięcia efektywnego działania typu Hertza (7.14) opisującego wzbudzenia kolektywne w układzie niezrównoważonych mieszanin fermionowych względem przypadku jednorodnego ($\mathbf{q} = 0$). Składowe rozwinięcia działania do drugiego rzędu względem składowych π_q oraz σ_q zostały jawnie wyrażone we wzorach (7.20) i (7.21).

W ramach funkcjonalnego podejścia RG Doktorant zbadał wpływ fluktuacji parametru porządku na stabilność kwantowego punktu krytycznego. Na podstawie równania Wettericha wyprowadził warunek na płynięcie (*flow*) efektywnego potencjału w reprezentacji pędowej (7.22). Efektywne działanie sparametryzował na poziomie przybliżenia lokalnego potencjału. W rezultacie renormalizacja efektywnego potencjału (7.26) składa się z wyrazów uwzględniających wszystkie wierzchołki rachunku zaburzeniowego. Pomijając wpływ tłumienia Landaua nieliniowe równanie płynięcia zostało przeanalizowane numerycznie z wykorzystaniem regulatora Litima. Startując z rozwiązania średniopoleowego Doktorant wykazał stabilność kwantowego punktu krytycznego w układzie trójwymiarowym (przy zaniebaniu tłumienia Landaua). Nieperturbacyjne podejście RG zastosowano też do zbadania przejścia między obszarem kwantowym i klasycznym w temperaturach $T > 0$. Uwzględnienie wpływu tłumienia na mody kolektywne (rozdział 7.4.3) spowodowało istotną zmianę płynięcia w kierunku punktu stałego Wilsona-Fishera (w zakresie pośrednich skal) i prowadziło do zmiany dynamicznego wykładnika krytycznego z . Efekt ten był szczególnie widoczny w odpowiednio niskich temperaturach. Na podstawie zastosowanych przybliżeń Doktorant stwierdził, że podłużne fluktuacje mogą indukować przemianę fazową pierwszego rodzaju destabilizując kwantowy punkt krytyczny.

W podsumowaniu, mgr Piotr Dariusz Zdybel przeprowadził cenną analizę przejść fazowych do stanu nadciekłego w układach ultrazimnych atomów typu fermionowego, które charakteryzują się nierównymi masami i/lub potencjałami chemicznymi. Na podkreślenie zasługuje wykorzystanie zaawansowanych metod teoretycznych do analizy klasycznych oraz kwantowych przejść fazowych na bazie formalizmu funkcjonalnej grupy renormalizacyjnej. Doktorant wskazał możliwość realizacji kwantowego punktu krytycznego i zbadał jego stabilność w obecności fluktuacji parametru porządku zaindukowanych różnicą mas lub nierównymi populacjami parowanych fermionów. Przeprowadził też wnikliwą analizę wzbudzeń kolektywnych ze szczególnym zwróceniem uwagi na niskoenergetyczny mod Goldstone'a-Nambu. Wykazał ponadto możliwość zmiany charakteru przejścia fazowego pod wpływem wspomnianych fluktuacji.

Praca doktorska jest napisana klarownym językiem i zredagowana z dużą starannością. Zauważyłem jedynie kilka literówek oraz innych potknięć edytorskich. Z obowiązku recenzenta wymienię kilka z nich. W trzecim wierszu poniżej wzoru (2.23) na stronie 35 definicja parametru Δ powinna być wyrażona przez średnią statystyczną operatora pary Coopera, tzn. $\Delta = \frac{g}{V} \sum_{\mathbf{k}} \langle \mathcal{P}_{\mathbf{k}} \rangle$. Oto lista drobnych błędów w tekście: [strona 38] układ znajdują się, [strona 40] FFLO jest niestabilna, [strona 44] skalą długość ξ , [strona 68] Zwiększanie wartość pola, [strona 75] punktu trójkrotny, [strona 85] dla fizyczne istotnego, [strona 107] informacje o badanym układzie jest, [strona 108] kolejnym, [strona 108] jest postać jest, [strona 129] nie zgłębiają (piszemy łącznie). Powyżej wzoru (5.11) sformułowanie wyrażenie rozbiega poprawiłbym na wyrażenie rozbiega się albo wyrażenie jest rozbieżne. W ostatnim wierszu na stronie 65 do sformułowania wzbudzenia elementarne przestają być superpozycjami dodałbym cząstek i dziur. Sugerowałbym również zastąpić selfenergię określeniem energia własna używanym w polskojęzycznej literaturze specjalistycznej. Powyższe potknięcia nie wpływają w najmniejszym stopniu na moją wysoką ocenę strony edytorskiej rozprawy doktorskiej.

Doktorant jest współautorem trzech opublikowanych artykułów [Phys. Rev. Research **2**, 033486 (2020); Phys. Rev. A **100**, 053622 (2019); J. Phys.: Condens. Matter **30**, 305604 (2018)] oraz kolejnej pracy dostępnej w bazie preprintów [arXiv:2109.00631]. Mgr Zdybel jest pierwszym autorem tych artykułów, które są ściśle powiązane z tematyką Jego rozprawy doktorskiej.

Z pełnym przekonaniem uważam, że przedłożona rozprawa doktorska przedstawia oryginalną i wartościową analizę przejść fazowych do stanu nadciekłego w układach ultrazimnych atomów typu fermionowego charakteryzujących się nierównymi masami oraz populacjami parowanych składników. Doktorant wykazał się szczegółową znajomością problematyki nadprzewodnictwa/nadciekłości układów oddziałujących fermionów i umiejętnością posługiwania się adekwatnymi metodami fizyki teoretycznej do analizy tego zjawiska z uwzględnieniem gausowskich fluktuacji względem rozwiązania średniopolewego. Wyniki obecnej pracy znacząco poszerzają wiedzę o warunkach i jakościowym charakterze przejścia do stanu nadciekłego w układach fermionów o różnych masach i powierzchniach Fermiego. Tego rodzaju zagadnienia są aktualnie ważne i szeroko dyskutowane zarówno dla układów elektronowych, ultrazimnych gazów atomowych oraz w kontekście fizyki kwarków. Praca spełnia wszystkie zwyczajowe i prawne wymagania do nadania stopnia doktora w dyscyplinie nauki fizyczne. Na tej podstawie wnioskuję więc do Rady Naukowej Dyscypliny Nauki Fizyczne Uniwersytetu Warszawskiego o dopuszczenie magistra Piotra Dariusza Zdybla do publicznej obrony i dalszych etapów Jego przewodu doktorskiego.

Jacek Domański