

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Uogólniona teoria wierzchołka topologicznego i supersymetryczne teorie pola z cechowaniem

Shi Cheng

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Promotor: prof. dr hab. Piotr Sułkowski

Październik 2021

Teoria strun i M-teoria to jedne z najważniejszych teorii w ramach których może zostać dokonana unifikacja grawitacji oraz teorii pól z cechowaniem. Oprócz strun fundamentalnych, nieodłącznym składnikiem teorii strun i M-teorii są także różnego rodzaju brany. Aby opisać zjawiska fizyczne w czterowymiarowej czasoprzestrzeni, teoria strun musi zostać skompaktyfikowana na rozmaitości typu Calabi-Yau. Supersymetryczne teorie pola z cechowaniem mogą być skonstruowane w ramach teorii strun na różne sposoby, używając odpowiednich rozmaitości Calabi-Yau lub też układów bran. Na przykład 5-wymiarowe supersymetryczne teorie pola typu $\mathcal{N} = 1$ można skonstruować kompaktyfikując M-teorię na niezwartych rozmaitościach Calabi-Yau, lub też w układach 5-bran w teorii strun typu IIB [1]. Zrozumienie własności teorii pól z cechowaniem z obu tych perspektyw jest ważnym zadaniem.

W niniejszej rozprawie rozważamy m.in. trójwymiarowe supersymetryczne teorie pola z cechowaniem typu $\mathcal{N} = 2$, konstruowane poprzez toryczne rozmaitości Calabi-Yau nie zawierające zwartych czterowymiarowych cykli, w obecności bran lagranżowskich [2]. Takie rozmaitości Calabi-Yau są reprezentowane poprzez diagramy toryczne, które z kolei mogą być powiązane z układami bran poprzez dualność łączącą M-teorię i teorię strun typu IIB [3]. Ponadto, formalizm topologicznej teorii strun umożliwia również dokonanie obliczeń funkcji podziału teorii pól z cechowaniem. Takie funkcje podziału zawierają wkłady od stanów BPS, które w M-teorii interpretowane są jako wkłady od M2-bran nawiniętych na dwuwymiarowe cykle w odpowiedniej rozmaitości Calabi-Yau.

W niniejszej rozprawie, po pierwsze, uogólniamy formalizm zdeformowanego wierz-

chołka topologicznego [4], a następnie przy użyciu tego uogólnienia znajdujemy zdeformowanie funkcje podziału dla topologicznych strun otwartych, które są równe funkcjom podziału dla odpowiednich trójwymiarowych teorii pola z cechowaniem typu $\mathcal{N} = 2$. Ponadto, wykazujemy że takie funkcje podziału mają reprezentację kołczanową. By zrozumieć znaczenie związanych z tą reprezentacją kołczanów, analizujemy odpowiadające im teorie pola korzystając z trójwymiarowej wersji symetrii lustrzanej. Ponadto analizujemy układy bran w których takie teorie są realizowane.

Należy podkreślić, że formalizm zdeformowanego wierzchołka topologicznego pozwala na obliczenie funkcji podziału zamkniętych strun topologicznych, natomiast dotychczas nie było jasne jak użyć tego formalizmu do obliczenia amplitud strun otwartych. W niniejszej rozprawie trudność tę pokonujemy wykorzystując przemianę geometryczną [5] w modelu A topologicznych strun; umożliwia nam to obliczenie zdeformowanych amplitud strun otwartych w obecności lagranżowskiej brany. W wyniku naszej analizy identyfikujemy 4 rodzaje takich bran oraz opisujemy relacje między nimi. Znajdujemy także odpowiadające im formuły Ooguriego-Vafy i wyznaczamy związane z nimi zdeformowane otwarte niezmienniki BPS, które okazują się być (zgodnie z oczekiwaniami) dodatnimi liczbami całkowitymi. Rezultaty te przedstawione są także w publikacji [6].

Analogicznie jak w przypadku odpowiedniości między węzłami i kołczanami [7, 8], można pokazać, że funkcje podziału dla zdeformowanych otwartych strun topologicznych mogą być zapisane w postaci funkcji generujących dla kołczanów. W naszej pracy znajdujemy takie kołczany; między innymi, samo ich istnienie automatycznie dowodzi, że zdeformowane otwarte niezmienniki BPS są liczbami całkowitymi. Ponadto, by zrozumieć fizyczną rolę tych kołczanów, analizujemy związane z nimi trójwymiarowe teorie typu $\mathcal{N} = 2$, używając sferycznych funkcji podziału oraz trójwymiarowej symetrii lustrzanej [9]. W wyniku tej analizy pokazujemy, że takie kołczany zawierają informację o efektywnych poziomach Cherna-Simona dla lustrzanych teorii. Tę konkluzję potwierdzamy także niezależnym rachunkiem funkcji podziału. Wyniki tej części rozprawy przedstawione są także w pracy [10].

Ostatnia część rozprawy poświęcona jest opisowi trójwymiarowych teorii z cechowaniem typu $\mathcal{N} = 2$ konstruowanych w układach bran. Analizujemy rzeczywiste deformacje masy w układach takich bran oraz wyjaśniamy, jak obliczyć funkcje podziału dla takich teorii przy użyciu formalizmu wierzchołka topologicznego. Wykazujemy, że takie teorie można skonstruować w różnych, lecz równoważnych, układach bran. Ponadto, znajdujemy kołczanowe reprezentacje funkcji podziału także dla teorii nieabelowych. Wyniki tej części rozprawy przedstawione są także w pracy [11].

Podsumowując, w niniejszej rozprawie opisujemy własności trójwymiarowych teorii pola z cechowaniem konstruowanych poprzez toryczne rozmaitości Calabi-Yau, lub też w układach bran. Wykazujemy, że otwarte amplitudy strun topologicznych zawierają wkłady od stanów BPS i udowadniamy, że są zadane są one liczbami całkowitymi. Zdeformowane przemiany geometryczne odgrywają kluczową rolę w naszych konstrukcjach.

Jak wskazano powyżej, wyniki niniejszej rozprawy przedstawione są także w publikacjach [6, 10, 11]. Ponadto jestem autorem dwóch innych publikacji o zbliżonej tematyce [12, 13].

Literatura

- [1] O. Aharony, A. Hanany, and B. Kol, *Webs of (p,q) five-branes, five-dimensional field theories and grid diagrams*, *JHEP* **01** (1998) 002, [[hep-th/9710116](#)].
- [2] T. Dimofte, S. Gukov, and L. Hollands, *Vortex Counting and Lagrangian 3-manifolds*, *Lett. Math. Phys.* **98** (2011) 225–287, [[arXiv:1006.0977](#)].
- [3] N. C. Leung and C. Vafa, *Branes and toric geometry*, *Adv.Theor.Math.Phys.* **2** (1998) 91–118, [[hep-th/9711013](#)].
- [4] A. Iqbal, C. Kozcaz, and C. Vafa, *The Refined topological vertex*, *JHEP* **10** (2009) 069, [[hep-th/0701156](#)].
- [5] R. Gopakumar and C. Vafa, *On the gauge theory / geometry correspondence*, *AMS/IP Stud. Adv. Math.* **23** (2001) 45–63, [[hep-th/9811131](#)].
- [6] S. Cheng and P. Sułkowski, *Refined open topological strings revisited*, [arXiv:2104.00713](#).
- [7] P. Kucharski, M. Reineke, M. Stosic, and P. Sułkowski, *BPS states, knots and quivers*, *Phys. Rev. D* **96** (2017), no. 12 121902, [[arXiv:1707.02991](#)].
- [8] P. Kucharski, M. Reineke, M. Stosic, and P. Sułkowski, *Knots-quivers correspondence*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **23** (2019) 1849–1902, [[arXiv:1707.04017](#)].
- [9] A. Kapustin and M. J. Strassler, *On mirror symmetry in three-dimensional Abelian gauge theories*, *JHEP* **04** (1999) 021, [[hep-th/9902033](#)].
- [10] S. Cheng, *Mirror symmetry and mixed Chern-Simons levels for Abelian 3D $N=2$ theories*, *Phys. Rev. D* **104** (2021), no. 4 046011, [[arXiv:2010.15074](#)].
- [11] S. Cheng, *3d $\mathcal{N}=2$ Brane Webs and Quivers*, [arXiv:2108.03696](#).
- [12] S. Cheng and S.-S. Kim, *Refined topological vertex for a 5d $Sp(N)$ gauge theories with antisymmetric matter*, *Phys. Rev. D* **104** (2021), no. 086004 [[arXiv:1809.00629](#)].
- [13] S. Cheng, F.-J. Xu, and F.-Z. Yang, *Off-shell D-brane/F-theory effective superpotentials and Ooguri-Vafa invariants of several compact Calabi–Yau manifolds*, *Mod. Phys. Lett. A* **29** (2014), no. 12 1450061, [[arXiv:1303.3318](#)].