

Dr hab. Marcin Piątek
Instytut Fizyki
Uniwersytet Szczeciński
marcin.piatek@usz.edu.pl

Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Shi Chenga

Rozprawa doktorska magistra Shi Chenga nosi tytuł „Refined Topological Vertex and Supersymmetric Gauge Theories”, jest napisana w języku angielskim i dotyczy tzw. *zdeformowanej* topologicznej teorii strun (*refined* topological string theory) oraz jej związków z supersymetrycznymi teoriami Yanga-Millsa (YM).

Niezdeformowane (*unrefined*) topologiczne teorie strun to tzw. dwuwymiarowe, supersymetryczne modele sigma sprzęgnięte z dwuwymiarową grawitacją. W modelach sigma powierzchnie świata strun są zanurzane w tzw. przestrzeniach docelowych (target spaces). W przypadku strun topologicznych przestrzeniami docelowymi są słynne rozmaitości Calabi-Yau (CY). Istnieją dwa rodzaje strun topologicznych — model A i model B, które różnią się tzw. topologicznym twistem. Recenzowana praca doktorska poświęcona jest zdeformowanej topologicznej teorii strun (TTS), którą można rozumieć jako pewne hipotetyczne uogólnienie lub *deformację* (*refinement*) teorii standardowej (niezdeformowanej). Status teorii standardowej i zdeformowanej jest bardzo różny.

Niezdeformowana topologiczna teoria strun jest dobrze poznana, ma wspomniany opis „worldsheetowy” i sformułowanie lagranżowskie. Funkcja partycji dana jest przez całkę funkcjonalną po zanurzeniach i metrykach na powierzchniach świata. Energia swobodna ma postać rozwinięcia po genusach w strunowej stałej sprzężenia g_s . Teoria ma równoważne, matematycznie ściśle sformułowanie jako tzw. teoria Gromova-Wittena.

Deformacja standardowej TTS polega na zastąpieniu strunowej stałej sprzężenia g_s przez zależność od dwóch parametrów e_1 i e_2 . Motywacją do rozważania takiej deformacji jest przypuszczenie, że amplitudy tak uogólnionej TTS mogą mieć związek z tzw. funkcjami partycji Nekrasova supersymetrycznych $N=2$ Ω -zdeformowanych teorii YM. (Parametry e_1 , e_2 są właśnie parametrami deformacji Ω .) Jest to uzasadnione przypuszczenie, ponieważ dla pewnych rozmaitości CY amplitudy standardowej TTS wyrażają się przez funkcje Nekrasova. Istnieje jednak zasadnicza różnica między standardową TTS a teorią zdeformowaną. Ta ostatnia nie jest typową

teorią strun, rozumianą jako model sigma. Nie można jej sformułować poprzez zadanie zanurzeń powierzchni świata. Niemniej jednak można naturalnie wprowadzić zależność od ϵ_1 i ϵ_2 , a następnie próbować przewidywać postać amplitud takiej hipotetycznej teorii na podstawie rachunków wykonanych w ramach dostępnych opisów dualnych. Faktycznie te dualne sformułowania można traktować jako definicję zdeformowanej TTS co najmniej dla pewnych szczególnych typów rozmaitości CY.

Rozprawa swoim zakresem obejmuje kilka zagadnień dotyczących standardowych i zdeformowanych strun topologicznych oraz supersymetrycznych teorii cechowania (teorii YM). Te zagadnienia to tzw. „inżynieria geometryczna” (geometric engineering); dualności strunowe, np. dualność teoria M/teoria strun typu II B; fizyka M- i D-bran; formalizm tzw. uogólnionego wierzchołka topologicznego (refined topological vertex) oraz odpowiedniość znana jako (w dosłownym tłumaczeniu) „przejście geometryczne” (geometric transition).

Przez inżynierię geometryczną rozumie się możliwość konstruowania różnych teorii cechowania poprzez kompaktyfikację teorii strun na rozmaitościach Calabi-Yau. Szczególnie przydatne są tutaj tzw. Calabi-Yau 3-folds, tj. rozmaitości Calabi-Yau o wymiarze zespolonym równym 3. Kompaktyfikując teorię M — teorię unifikującą wszystkie konsistentne teorie superstrun — na Calabi-Yau 3-folds otrzymuje się np. supersymetryczne teorie YM w pięciu oraz trzech wymiarach (rzeczywistych) z odpowiednio $N=1$ i $N=2$ supersymetrią. Te teorie cechowania rozważane są w rozprawie doktorskiej.

Kolejny, wspomniany powyżej zestaw zagadnień podejmowanych w rozprawie dotyczy odpowiedniości między teoriami cechowania, teorią M (teoriami superstrun), fizyką bran i strunami topologicznymi. W teoriach strun otwartych oprócz strun istnieją jeszcze inne obiekty dynamiczne, tzw. brany, np. D-brany. Są to hiperpowierzchnie, po których mogą poruszać się końce strun otwartych. W teorii M takimi obiektami są dwu- i pięciowymiarowe M-brany. Podobnie jak przy pomocy inżynierii geometrycznej, tak też budując różne układy bran można konstruować różne teorie cechowania. W szczególności konstrukcje pewnych teorii YM można przeprowadzić w ramach teorii strun typu II B. W rozprawie konstrukcje te nazywane są „brane webs” — dosłownie „sieci branowe”. Poprzez dualność teoria M/teoria strun typu II B sieci branowe odpowiadają kompaktyfikacji teorii M na Calabi-Yau 3-folds. Stąd funkcje partycji strun topologicznych można zinterpretować jako funkcje partycji teorii YM. Zatem techniki obliczania strunowych funkcji partycji można wykorzystać do obliczania funkcji partycji teorii YM. W ten sposób można badać

wspomniane powyżej supersymetryczne teorie cechowania, tj. teorię $N=1$ w pięciu wymiarach i teorię $N=2$ w trzech wymiarach. Odpowiadają im struny topologiczne zamknięte oraz otwarte.

Formalizm wierzchołka topologicznego to metoda wyliczania amplitud strun topologicznych propagujących się w tzw. toroidalnych rozmaitościach CY. Uogólniona wersja tego formalizmu (refined topological vertex) pozwala wyliczać amplitudy zdeformowanej TTS. Te ostatnie przy odpowiednich założeniach reprodukują funkcje partycji Nekrasova dualnych teorii YM. W literaturze można znaleźć, że stosowanie technik uogólnionego wierzchołka topologicznego może w pewnych przypadkach prowadzić do niekonsystentnych wyników, np. do łamania własności *całkowitości* (*integrality*) pewnych stowarzyszonych „obserwabi” — tzw. liczb BPS. Zatem pojawia się potrzeba opracowania alternatywnych metod rachunkowych. Jest to kolejny problem podjęty w dysertacji. W rozprawie zaproponowana została metoda wyliczania amplitud w teorii zdeformowanych, topologicznych strun *otwartych* oparta na fenomenie noszącym nazwę „przejście geometryczne” (geometric transition). Jest to rodzaj geometrycznej korespondencji między otwartymi i zamkniętymi strunami topologicznymi. Odpowiedniość ta pozwala znajdować amplitudy w zdeformowanej teorii strun topologicznych otwartych z branami wychodząc od amplitud strun zamkniętych, wyliczonych dla pewnych bardziej skomplikowanych rozmaitości CY, poprzez odpowiednie ustalenie tzw. parametrów Kählera. (Rozmaitości CY są rozmaitościami Kählera.) Co ciekawe, ta procedura ma swój odpowiednik po stronie dualnych teorii cechowania. Dokładniej, specyfikacja pewnych parametrów Kählera w kontekście supersymetrycznych teorii YM, np. teorii $N=1$ w pięciu wymiarach, odpowiada tzw. procedurze „Higgsingu” (Higgsing procedure). W wyniku tej procedury teoria cechowania przechodzi do tzw. fazy Higgsa.

Recenzowana rozprawa składa się z sześciu rozdziałów oraz dodatku, który zawiera zbiór używanych w pracy narzędzi matematycznych.

Autor rozprawy posiada niemały dorobek publikacyjny. Mgr Cheng jest autorem lub współautorem pięciu artykułów. Spośród tych pięciu publikacji trzy prace, które zostały oznaczone w spisie literatury jako [10], [11], [12], stanowią podstawę przedłożonej dysertacji. Na podkreślenie zasługuje fakt, że mgr Cheng jest samodzielnym autorem dwóch prac, tj. [11] i [12]. Pierwsza z tych prac została opublikowana w Physical Review D, natomiast druga — jak podano w rozprawie — jest w recenzji w Journal of High Energy Physics. Praca trzecia, oznaczona jako [10], została napisana wspólnie z promotorem prof. Piotrem Sułkowskim. Praca ta została opublikowana w Physical Review D. Miejsce opublikowania wymienionych wyżej artykułów stanowi o sile zawartości merytorycznej rozprawy doktorskiej.

Wracając do zawartości rozprawy w rozdziale 1 zatytułowanym „Overview” Autor, po krótkim wprowadzeniu do problematyki, konkretyzuje cele badawcze pracy doktorskiej: są to studia nad zdeformowaną topologiczną teorią strun *otwartych* oraz dualnymi, supersymetrycznymi $N=2$ teoriami YM w trzech wymiarach. Fakt precyzyjnego i jasnego sformułowania tematu rozprawy wart jest podkreślenia. Co więcej, temat pracy jest istotnie nowatorski. Zdeformowana topologiczna teoria strun otwartych w zasadzie nie była jeszcze przedmiotem głębszych badań. Rozdział 1 zawiera również listę publikacji Doktoranta oraz bardzo przydatne, krótkie streszczenie kolejnych rozdziałów wraz z wyszczególnieniem głównych wyników.

Właściwie każdy z następnych rozdziałów związany jest, mniej lub bardziej, z konkretnym artykułem wcześniej opublikowanym. Należy jednak podkreślić, że Autor nie uległ pokusie zredagowania rozprawy w stylu 1:1 artykuł/rozdział. Przeciwnie, rezultaty publikacji zostały zreferowane spójnie i z dbałością o przedstawienie szerszego kontekstu.

Rozdział 2 rozprawy nosi tytuł „Topological string theory” i jest wprowadzeniem do (i) topologicznej teorii strun oraz jej związków z teoriami cechowania; (ii) geometrii toroidalnej (toric geometry) oraz rozmaitości CY. Wyjaśniona jest metoda „przejścia geometrycznego” i jej rola w opracowaniu metody (uogólnionego) wierzchołka topologicznego.

W rozdziale 3 — „Gauge theory and brane webs” — rozważane są supersymetryczne $N=2$ teorie cechowania w trzech wymiarach otrzymane przez Higgsing pięciowymiarowej teorii $N=1$. Przedstawiony jest opis teoriopolowy teorii YM w trzech wymiarach oraz jej konstrukcje branowe. W tym miejscu chciałbym zadać Autorowi dysertacji pewne pytanie. Otóż dekadę temu odkryto zadziwiającą odpowiedniość znaną jako korespondencja AGT. Dualność ta łączy supersymetryczne $N=2$, Ω -zdeformowane teorie YM w czterech wymiarach z dwuwymiarową kwantową teorią pola Liouville’a lub ogólniej z konforemną teorią pola w dwóch wymiarach. Znany jest analog relacji AGT dla supersymetrycznych teorii cechowania w trzech wymiarach. Równolegle Nekrasov i Shatashvili odkryli inną odpowiedniość znaną jako korespondencja Bethe/gauge, w której tzw. granica Nekrasova-Shatashviliego czterowymiarowych, Ω -zdeformowane teorii $N=2$ ma bezpośredni związek z pewnymi kwantowymi układami całkowalnymi. Moje pytanie jest następujące, czy Autor rozprawy spotkał się z wyżej wymienionymi odkryciami, a jeśli tak, to czy zastanawiał się nad ich możliwymi implikacjami w kontekście własnych badań?

W rozdziale 4 zatytułowanym „Strip geometry with a Lagrangian brane” przedstawiane są wyliczenia amplitud zdeformowanych strun topologicznych otwartych w różnych sytuacjach, np. w obecności pewnych bran i w tzw. „geometriach wstęgi” (rozmaitości toroidalne bez zwartych 4-cyklów) oraz dla rozmaitości toroidalnych z zwartymi 4-cyklami. W szczególności dla tej ostatniej

geometrii pokazano, że odpowiadające tej sytuacji niezmienniki BPS zachowują własność całkowitości, tzn. są dodatnimi liczbami całkowitymi. W obliczeniach zastosowana została metoda przejścia geometrycznego (Higgsingu). Rozdział ten zawiera również dyskusję tzw. przejść Hanany-Wittena.

W rozdziale 5 zatytułowanym „3d mirror symmetry and mixed Chern-Simons levels” opisany jest nowy przykład tzw. „teorii zwierciadlanych”, czy też w dosłownym tłumaczeniu „par lustrzanych” (mirror dual pairs), tj. teorii YM powiązanych symetrią zwierciadlaną. Symetria ta działa na całki funkcjonalne, które definiują funkcje partycji, jak funkcjonalna transformacja Fouriera. Taką transformację zastosowano do pewnych trójwymiarowych, abelowych teorii cechowania otrzymanych z kompaktyfikacji na *strip* CY 3-folds poprzez inżynierię geometryczną. Pokazano, że dualnymi teoriami zwierciadlanymi dla powyższych teorii są pewne teorie abelowe typu „quiver”. Dalej pokazano, że symetria zwierciadlana może być zastosowana w teorii węzłów do badania słynnych „knot polynomials”. Jest to bardzo ciekawa obserwacja.

Rozdział 6 — „3d brane webs and quivers” — dotyczy zaobserwowanej przez Autora korespondencji między sieciami branowymi dla teorii $N=2$ w trzech wymiarach a pewnymi teoriami YM typu „quiver”. Tę odpowiedniość można rozumieć jako analog opisaną w rozdziale 5 „odpowiedniości zwierciadlanej” w przypadku teorii nieabelowych.

Rozprawa została napisana bardzo starannie i przejrzyście, a jej układ nie budzi moich zastrzeżeń. Co więcej, uważam, że recenzowana rozprawa doktorska ma walor edukacyjny i powinna zostać udostępniona szerszemu odbiorcy chociażby jako preprint w bazie arXiv. Należy również pochwalić Autora rozprawy za precyzyjny dobór literatury oraz wizualizację przedstawianych treści za pomocą diagramów i rysunków — to bardzo ułatwia zrozumienie tekstu.

Podsumowując stwierdzam, że rozprawa doktorska magistra Shi Chenga zawiera ciekawe, oryginalne wyniki i jest istotnym wkładem do badań nad topologiczną teorią strun. Autor zademonstrował bardzo dobrą znajomość trudnego przedmiotu rozprawy oraz umiejętność biegłego stosowania niezbędnych narzędzi formalnych.

Nie mam żadnych wątpliwości, że przedstawiona rozprawa doktorska spełnia formalne i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim, w szczególności spełnia warunki wymieniane w ustawie o stopniach naukowych.

Wnoszę o dopuszczenie magistra Shi Chenga do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Jednocześnie, biorąc pod uwagę bardzo wysoki poziom recenzowanej rozprawy oraz dorobek naukowy Autora, wnioskuję o wyróżnienie rozprawy doktorskiej.