

Amsterdam, dnia 25 lutego 2022 roku

Dr hab. Piotr Surówka, prof. uczelni
Katedra Fizyki Teoretycznej
Politechnika Wrocławska
St. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław



Politechnika
Wrocławska

Pan magister Shi Cheng przedstawił rozprawę doktorską, pod tytułem, “Refined topological vertex and supersymmetric gauge theories”. Rozprawa napisana jest w oparciu o dwa artykuły opublikowane w *Physical Review D* i jeden artykuł złożony do recenzji w *Journal of High Energy Physics*:

1. Shi Cheng, Piotr Sułkowski. “Refined Open Topological Strings Revisited.” *Physical Review D*, vol. 104, no. 10, Nov. 2021, p. 106012
2. Shi Cheng, “Mirror Symmetry and Mixed Chern-Simons Levels for Abelian 3d $\mathcal{N} = 2$ Theories.” *Physical Review D*, vol. 104, no. 4, Aug. 2021, p. 046011
3. Shi Cheng, “3d $\mathcal{N} = 2$ Brane Webs and Quivers.” arXiv:2108.03696 [hep-th], Aug. 2021.

W bazie „Inspire-hep” artykuły, składające się na pracę doktorską, cytowane są siedem razy. Jeden z artykułów napisany został wspólnie z promotorem, prof. Piotrem Sułkowskim. Warto podkreślić jest to, że dwa artykuły są napisane samodzielnie, co dowodzi dużej niezależności doktoranta. Nie jest to bowiem częste na tym etapie kariery naukowej. Publikacje Pana magistra Shi Chenga obejmują jeszcze dwa dodatkowe artykuły, które nie są zawarte w rozprawie doktorskiej.

Tematyka rozprawy dotyczy topologicznych teorii strun. Teoria strun zrodziła się jako próba połączenia w jedną całość czterech fundamentalnych oddziaływań. Podstawowym założeniem tej teorii jest to, że najbardziej elementarnym obiektem w naszym wszechświecie jest struna, a cząstki są jedynie możliwymi jej wzbudzeniami. Te wzbudzenia mogą być zinterpretowane jako kwanty pól cechowania oraz grawitacji. Dlatego zamiast rozważać punktowe cząstki poruszające się w czasoprzestrzeni, powinniśmy analizować jednowymiarowe obiekty, których dynamika jest dana poprzez dwuwymiarową powierzchnię. Konsekwencją pojawiania się jednowymiarowych obiektów jest znikanie rozbieżności, które występują przy liczeniu amplitud rozpraszania dla grawitacji. Pozwala to uniknąć głównej trudności, która daje o sobie znać przy próbie konstrukcji kwantowej grawitacji, w ramach formalizmu teorii pola. Niestety, konsystencja teorii strun prowadzi do nowych problemów technicznych i interpretacyjnych. W szczególności wymaga dodatkowych wymiarów czasoprzestrzennych i nowego rodzaju symetrii, tzw. supersymetrii, łączącej fermiony i bozony. Dodatkowo perturbacyjne sformułowanie teorii strun nie daje, w naturalny sposób, jednego opisu wszechświata, ale kilka różnych teorii. Dopiero głębsze próby ich zrozumienia prowadzą do postulatu, że są to w istocie różne manifestacje jednej teorii. Takie formalne równoważności nazywane są dualnościami. Bogata struktura matematyczna teorii strun i wspomnianych dualności pozostaje źródłem inspiracji zarówno dla matematyków, jak i dla fizyków.

Przykładami teorii strun są, tzw. teorie typu IIA i IIB w dziesięciu wymiarach czasoprzestrzennych. Procedura redukcji wymiaru teorii do trójwymiarowej przestrzeni i czasu (tzw. kompaktyfikacji, czy uzwarcenia), na rozmaitościach Calabi-Yau, daje topologiczne teorie strun typu A i B. Polega ona na założeniu, że wymiary powyżej czterech tworzą przestrzeń zwartą. Postulowana równoważność teorii strun typu A i B, sformułowana przy pomocy procedury zwanej T-dualnością, skutkuje istnieniem tak zwanej symetrii lustrzanej. Symetria ta mówi, że dla zwartej rozmaitości Calabi-Yau w teorii strun typu A istnieje lustrzana rozmaitość, na której kompaktyfikujemy teorię strun typu B, dla której teorie te są równoważne.

Interesującą aplikacją T-dualności jest analiza właściwości funkcji rozdziału, supersymetrycznej teorii pola z $\mathcal{N} = 2$, gdzie $\mathcal{N}$ określa liczbę superładunków. Liczba ta zależy od wymiarów czasoprzestrzeni. Funkcja rozdziału, dla tej teorii, została policzona przez Nikitę Nekrasowa. Później okazało się, że jej dualne sformułowanie

wykracza poza topologiczną teorię strun i odpowiada tzw. zdeformowanej teorii strun. Doprecyzowanie tej zależności jest jednym z głównych celów matematycznej teorii strun i przedstawionej rozprawy doktorskiej.

Struny nie są jedynymi elementami w teorii strun. Teoria ta zawiera również wielowymiarowe obiekty, zwane branami. Równania ruchu wymagają, aby punkty końcowe otwartych strun spełniały jeden z dwu typów warunków brzegowych: Neumanna lub Dirichleta. Warunki brzegowe Neumanna odpowiadają swobodnym punktom końcowym, poruszającym się w czasoprzestrzeni z prędkością światła. Natomiast warunki brzegowe Dirichleta unieruchamiają punkty końcowe. Jeśli p wymiarów przestrzennych spełnia warunek brzegowy Neumanna, to punkt końcowy struny jest ograniczony do poruszania się w p -wymiarowej hiperpłaszczyźnie, czyli właśnie branie. Brany są obiektami nieperturbacyjnymi, które identyfikujemy z solitonowymi rozwiązaniami efektywnego działu teorii strun. Oddziaływania strun otwartych opisują dynamikę bran. Wzbudzenia strun, zinterpretowane w języku teorii pola, prowadzą do teorii cechowania na powierzchni brany. Różne konfiguracje bran (tzw. sieci bran) prowadzą do wielu teorii pola z cechowaniem. Dzięki temu możemy użyć formalizmu teorii strun do zrozumienia własności pól cechowania.

Możliwość zdefiniowania teorii pola z cechowaniem na powierzchni bran prowadzi do głębokiego związku między teoriami cechowania a teoriami strun. W szczególności postuluje się, że dualności teorii strun mają zastosowanie również do odpowiadających im teorii pola. Pozwala to uzyskać szereg nowych informacji o supersymetrycznych teoriach pól z cechowaniem. Przykłady takiej konstrukcji dają między innymi supersymetryczne teorie cechowania z $\mathcal{N} = 2$ w trzech wymiarach. Jest to punkt wyjścia do badań zaprezentowanych w pracy doktorskiej Pana magistra Shi Chenga.

Niniejsza praca doktorska składa się z trzech rozdziałów wprowadzających oraz trzech zawierających oryginalne rezultaty. Pierwszy rozdział jest bardziej ogólny, dwa następne wprowadzają potrzebny formalizm. Do pracy dołączony jest również appendix, zawierający matematyczne tożsamości.

W rozdziale czwartym, napisanym na podstawie artykułu opublikowanego w *Physical Review D*, vol. 104, no. 10, Nov. 2021, p. 106012, obliczone zostały amplitudy rozpraszania dla strun otwartych, w zdeformowanej teorii strun. Rachunki wykorzystują i uogólniają szereg rezultatów otrzymanych wcześniej w topologicznej teorii strun: (1) Przejście geometryczne, czyli dualny opis między otwartymi i zamkniętymi strunami w topologicznym modelu A, któremu towarzyszy transformacja podstawowej rozmierności Calabi-Yau (2) Amplitudy topologiczne strun w modelu A dla rozmierności Calabi-Yau, obliczone w formalizmie wierzchołka topologicznego (3) Topologiczne funkcje rozdziału dla strun otwartych i zamkniętych, dane przez niezmienniki Bogomolnego-Prasada-Sommerfelda (4) Funkcję rozdziału dla topologicznych strun otwartych zapisaną w postaci tzw. szeregu kołczanowego. Ważnym rezultatem tego rozdziału są argumenty za konsystencją proponowanych dualności dla zdeformowanych topologicznych strun otwartych. Zgodność rezultatów została pokazana przy użyciu różnych metod, włączając w to rachunki przy użyciu niezmienników Bogomolnego-Prasada-Sommerfelda, szeregów kołczanowych, przejść geometrycznych czy bran.

W rozdziale piątym, napisanym na podstawie artykułu *Physical Review D*, vol. 104, no. 4, Aug. 2021, p. 046011, autor rozwija matematyczne struktury opisujące właściwości supersymetrycznej teorii cechowania z $\mathcal{N} = 2$. W szczególności autor bierze pod uwagę rolę członów Cherna-Simonsa. Człony te komplikują konstrukcje dualnych teorii i jak dotąd ich rola nie była intensywnie badana. Autor wykorzystuje wcześniejszą obserwację, że symetria lustrzana w trzech wymiarach działa na funkcję rozdziału jak funkcjonalna transformacja Fouriera. Zastosowanie tej obserwacji do analizy poziomów Cherna-Simonsa jest głównym rezultatem tej części pracy.

Nieopublikowane jeszcze rezultaty rozdziału szóstego są kontynuacją analizy supersymetrycznej teorii cechowania z $\mathcal{N} = 2$ i członami Cherna-Simonsa. W szczególności autor analizuje dualności teorii strun z perspektywy sieci bran. Podobnie jak w rozdziale czwartym, sprawdzona jest równoważność funkcji rozdziału dla różnych konfiguracji, wykorzystując metodę wierzchołków topologicznych. Dodatkowo powyższa konstrukcja zostaje uogólniona na teorie nieabelowe z grupą $U(N)$. Autor oblicza funkcję rozdziału i znajduje odpowiadające im struktury kołczanowe oraz sieci bran.

Pan magister Shi Cheng opanował szereg zaawansowanych narzędzi matematycznych dotyczących teorii strun i supersymetrycznych teorii pola. Otrzymane wyniki w znaczący sposób poszerzają naszą wiedzę o teorii strun. Muszę jednak stwierdzić, że w doktoracie brakuje wprowadzenia do teorii strun, w kontekście współczesnej

fizyki wysokich energii oraz perspektywy dalszych badań. Rozprawa zawiera krótki, dwustronicowy wstęp i w zasadzie brakuje w niej szerszej dyskusji otrzymanych rezultatów. Co więcej już od pierwszego akapitu praca doktorska nasycona jest specjalistycznym żargonem. Pojęcia typu „geometric engineering”, „M-theory/type IIB string duality”, „brane webs”, czy „geometric transition” zdecydowanie wymagają kontekstu. Jakikolwiek szersze zrozumienie prezentowanych rezultatów narzuca konieczność przeglądu literatury, co może zniechęcać do dalszego czytania rozprawy. Niewątpliwie pozostawia to przestrzeń do dalszej pracy w celu osiągnięcia przez Pana magistra Shi Chenga dojrzałości naukowej. Nie zmniejsza to jednak wagi naukowej otrzymanych wyników. Dodatkowo rezultaty i potrzebne narzędzia matematyczne przedstawione są spójnie i czytelnie. Praca może więc służyć jako kompendium wiedzy o topologicznych teoriach strun.

Podsumowując, pomimo pewnych braków w prezentacji materiału. Pan magister Shi Cheng uzyskał szereg interesujących rezultatów fizyki matematycznej. Praca spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim i dlatego wnoszę o dopuszczenie Pana magistra Shi Chenga do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Piotr Surówka