

Recenzja rozprawy doktorskiej pana mgr. Dmitrego Noshchenki

Pan mgr Dmitry Noshchenko, doktorant Uniwersytetu Warszawskiego, przedłożył do recenzji rozprawę doktorską zatytułowaną *Recursive structures for Nahm sums*. Praca składa się z czterech rozdziałów, spisu literatury zawierającego 143 pozycje i liczy sobie 137 stron. Rozprawa napisana jest w języku angielskim, co jest zrozumiałe, biorąc pod uwagę rosyjską narodowość doktoranta. Co ważne, praca doktorska pana Noshchenki opiera się na następujących czterech artykułach:

- [1]. Borot, G., Bouchard, V., Chidambaram, N. K., Creutzig, T., and Noshchenko, D., *Higher Airy structures, W algebras and topological recursion*, przyjęte do druku w *Memoirs of the American Mathematical Society*; arXiv: 1812.08738 [math-ph].
- [2]. Larraguivel, H., Noshchenko, D., Panfil, M., and Sułkowski, P., *Nahm sums, quiver A-polynomials and topological recursion*, *Journal of High Energy Physics* 07 (2020) 151; arXiv: 2005.01776 [hep-th].
- [3]. Noshchenko, D., *Combinatorics of Nahm sums, quiver resultants and the K-theoretic condition*, *Journal of High Energy Physics* 03 (2021) 236; arXiv: 2007.15398 [hep-th].
- [4]. Jankowski, J., Kucharski, P., Larraguivel, H., Noshchenko, D., and Sułkowski, P., *Permutohedra for knots and quivers*, *Physical Review D* 104 (2021) 086017; arXiv: 2105.11806 [hep-th].

Należy podkreślić, że publikacje [2], [3] i [4] ukazały się w bardzo dobrych czasopismach fizycznych, „z najwyższej półki”, takich jak *Journal of High Energy Physics* (dwie prace, z których jedna jest jednoautorska) oraz *Physical Review D* (jedna praca). Publikacja [1] została z kolei przyjęta do druku w prestiżowym amerykańskim czasopiśmie matematycznym i ma charakter monografii. Status tych czterech prac stanowi dla recenzentów rozprawy doktorskiej istotną wskazówkę, bo oznacza, że znaczna część materiału rozprawy przeszła już przez „gęste naukowe sito recenzentów”.

Dysertacja doktorska pana mgr. Dmitrego Noshchenki dotyczy zastosowania sum Nahma w teorii kołczanów i węzłów, gdzie kolejne rozdziały koncentrują się na opisanych poniżej zagadnieniach:

Rozdział 1., zatytułowany *Nahm sums, knots and quivers*, stanowi rozszerzone wprowadzenie do rozprawy doktorskiej. Na samym początku pan Noshchenko formalnie

definiuje sumę Nahma, która jest, cytując doktoranta, „głównym graczem” jego rozprawy, oraz przypomina o jej oryginalnym zastosowaniu jak i pojawieniu się w kontekście dwuwymiarowej konforemnej teorii pola. Rzecz jasna doktorant jest w rzeczywistości zainteresowany zastosowaniem sum Nahma w teorii kołczanów. Po zdefiniowaniu na stronie 18. kołczanu jako grafu skierowanego (w przykładzie kołczanu zauważyłem, że doktorant omyłkowo powołuje się na rysunek 1.2 zamiast na 1.3) mamy zdefiniowany wzór na sumy Nahma dla kołczanu, który może być przekształcony do postaci zawierającej znane niezmienniki Donaldsona–Thomasa. Następnie mgr Noshchenko opisuje oryginalne kwantowo-teorio-polowe idee Wittena prowadzące do niezmienników węzłów i splotów, przypomina czytelnikowi w formie definicji korespondencję między węzłem a kołczanem (którą ilustruje dwoma przykładami) oraz wzmiankuje pewne teorio-strunowe aspekty tej korespondencji. Ostatni podrozdział poświęcony jest A -wielomianom, które znane są głównie jako niezmienniki węzłów. Doktorant wprowadza tu pojęcie zarówno klasycznego jak i kwantowego A -wielomianu dla dowolnego symetrycznego kołczanu niekoniecznie powiązanego z węzłem [2].

Rozdział 2., pod tytułem *Quantization of quiver A -polynomials*, bazuje na jednoautorskiej publikacji pana Noshchenki [3]. Po wstępnym opisie zagadnienia kwantyzacji w ogóle doktorant formułuje K -teoretyczne kryterium kwantowania (kołczanowych A -wielomianów). Jako kluczowe, pojawia się zdefiniowane przez pana mgr. Noshchenkę pojęcie *wielomianu temperowanego*. Główna hipoteza tego rozdziału stwierdza, że dla dowolnego symetrycznego kołczanu ich A -wielomiany są temperowane. Ze względu na dużą matematyczną złożoność problemu doktorant ogranicza się do klasy kołczanów *diagonalnych*, tj. składających się jedynie z rozłącznych wierzchołków z dowolną liczbą pętli. Najpierw pan Noshchenko, jak sam to określa, wyjaśnia kombinatoryczną maszynę *mieszanych rugowników* i *form początkowych*, które kolejno definiuje, a następnie maszyna ta zostaje przez niego uruchomiona w ostatnim podrozdziale poświęconym analizie konkretnych typów kołczanów diagonalnych. Doktorant bada kolejno kołczany dwuwierzchołkowe, trózwierzchołkowe i w końcu kołczany z dowolną liczbą wierzchołków. Chociaż klasa kołczanów wydaje się dosyć ograniczona, to doktorant wykazał się wysokimi umiejętnościami matematycznymi dowodząc, że ich A -wielomiany są temperowane.

Rozdział 3., zatytułowany *Topological recursion for Nahm sums and quantum Airy structures*, wykorzystuje rezultaty dwóch publikacji pana mgr. Noshchenki, głównie pracy [2] (podrozdział 3.5), a w ostatnim podpodrozdziale również pracy [1]. W początkowym podrozdziale doktorant zaczyna rozważania od krótkiego spojrzenia na ideę rekursji topologicznej, która pochodzi od modeli macierzowych. W następnym podrozdziale pan Noshchenko dokonuje przeglądu modeli macierzowych (koncentrując się na modelu z jedną macierzą hermitowską) wraz z ich analizą przy pomocy rozwinięcia względem potęg

$1/N$ oraz, po diagonalizacji funkcji rozkładu, stosuje dla dużego N przybliżenie punktu siodłowego otrzymując krzywą spektralną. Topologiczną rekursją dla rozważanego modelu macierzowego jest formuła 3.46. W kolejnym podrozdziale doktorant wprowadza aksjomatyczną definicję rekursji topologicznej w terminach dowolnej krzywej spektralnej (definicja 3.3.2) oraz podaje przykład, w którym pojawiają się znane niezmienniki Gromova–Wittena. W końcu mgr Noshchenko formułuje hipotezę o rekonstrukcji przez topologiczną rekursję sum Nahma dla kołczanów (*Conjecture 3.5.1*). Cały obszerny podrozdział 3.5 poświęcony jest na weryfikację tej hipotezy na długiej liście konkretnych przypadków. Okazuje się, że w jednym (ostatnim) przypadku mamy pewną nieco zaskakującą niezgodność między sumą Nahma i obliczeniami w ramach topologicznej rekursji. Na zakończenie doktorant rozważa kwantowe struktury Airy’ego. Zaczyna od przeglądu nieskończeniewymiarowych struktur kwadratowych, a w następnym podpodrozdziale przechodzi do uogólnienia na wyższe stopnie [1].

Rozdział 4., noszący tytuł *Local equivalence of quivers*, opiera się na rezultatach publikacji [4]. Pan mgr Noshchenko rozpoczyna ten rozdział wyjaśniając czytelnikowi zjawisko „degeneracji” kołczanów — możliwość istnienia więcej niż jednego kołczanu korespondującego do danego wężła. Następnie, w celu wstępnego zbadania tego zjawiska, doktorant definiuje relację równoważności kołczanów i przystępuje do ustalenia ogólnych warunków, jakie muszą spełniać dwa kołczany, aby były równoważne. W tym celu porównuje sumy Nahma dla kołczanów w rozwinięciu względem x i otrzymuje szereg warunków na macierze C . Centralną rolę w całym rozdziale odgrywa twierdzenie („o lokalnej równoważności”) 4.3.1, które formułuje warunki, których spełnienie pociąga za sobą równoważność kołczanów. W dalszej części rozdziału doktorant bada lokalne równoważności dla trzech nieskończonych rodzin węzłów ($T_{2,2p+1}$, $TK_{2|p|+1}$, TK_{2p+1}) oraz dla trzech (konkretnych) węzłów: 6_2 , 6_3 i 7_3 (rysunek 1.4).

Pan mgr Dmitry Noshchenko przedstawił cały szereg idei i wymienionych powyżej oryginalnych podejść i rozwiązań problemów dotyczących teorii kołczanów. Jego rozprawa doktorska dowodzi jego dużej ogólnej wiedzy z wielu działów fizyki teoretycznej (konforemna teoria pola, teoria strun, kwantowa teoria pola w ogóle) oraz matematyki (algebra, topologia rozmaitości niskowymiarowych, w tym teoria węzłów). Bez wątpienia pan Noshchenko nie tylko posiadał swobodną umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej, ale jest też osobą wyraźnie uzdolnioną w zakresie fizyki teoretycznej i matematycznej.

Pan mgr Dmitry Noshchenko załączył do dysertacji, jako oddzielny dokument, swoje *curriculum vitae*. Nie jest to dokument wymagany przy dokonywaniu recenzji rozprawy doktorskiej, ale jak rozumiem doktorant chce się pochwalić swoimi dodatkowymi osiągnięciami i czyni to z dobrym skutkiem. Okazuje się bowiem, że doktorant ma w sumie

6 publikacji (w tym jedną w druku i jedną pokonferencyjną) oraz wygłosił 9 referatów na konferencjach w różnych krajach (3 w Rosji).

Ustawa *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* nakłada na kandydata do stopnia doktora wymóg posiadania w swoim dorobku co najmniej jednego opublikowanego artykułu naukowego. Wymóg ten został przez doktoranta wielokrotnie przekroczony. Mogę stwierdzić, że pan mgr Noshchenko nie tylko posiada wiele publikacji (oczywiście jak na ten etap kariery naukowej), ale ma też dwie publikacje wychodzące poza tematykę doktoratu.

Należy też podkreślić, że cała rozprawa doktorska pana mgr. Noshchenki napisana jest na bardzo wysokim poziomie naukowym, z użyciem zaawansowanego aparatu matematycznego. Ponadto jest bardzo starannie zredagowana (zauważyłem tylko nieliczne literówki), co w dużej mierze zapewne wynika z faktu, że opiera się na publikacjach w bardzo dobrych czasopismach, gdzie obowiązują wysokie standardy.

W podsumowaniu całej recenzji jednoznacznie stwierdzam, że pan mgr Dmitry Noshchenko spełnia z nawiązką kryteria stawiane w Ustawie kandydatom do stopnia naukowego doktora.

Konkluzja jest więc zdecydowanie pozytywna.

