

Prof. dr hab. Dariusz Chruściński
Instytut Fizyki UMK

Recenzja pracy doktorskiej mgra Wojciecha Góreckiego

„Heisenberg Limit beyond Quantum Fisher Information”

Praca doktorska mgra Wojciecha Góreckiego z nadmiarem spełnia ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane pracom doktorskim. Dotyczy to zarówno liczby zaprezentowanych wyników oraz, a może przede wszystkim, ich jakości. Problemy postawione przez doktoranta uważam za bardzo ambitne, a uzyskane wyniki dowodzą, że doktorant posiada gruntowną wiedzę teoretyczną oraz znakomity warsztat badawczy.

Praca doktorska mgra Wojciecha Góreckiego poświęcona jest pewnym aspektom kwantowej metrologii. Metrologia kwantowa analizuje granicę precyzji pomiaru i odgrywa obecnie fundamentalną rolę w zastosowaniach fizyki kwantowej w nowoczesnych technologiach kwantowych. Jak wiadomo pomiar w fizyce kwantowej w istotny sposób różni się od pomiaru w fizyce klasycznej. Pomiar kwantowy z reguły zaburza stan układu. Dodatkowo relacja nieoznaczoności Heisenberga implikuje fundamentalne ograniczenia na dokładność pomiaru. Dynamiczny rozwój kwantowej teorii informacji i zrozumienie własności kwantowych korelacji unaocznia nam, że w przypadku kwantowym możliwe są protokoły pomiarowe niedostępne klasycznie. Na przykład wykorzystanie stanów ściśniętych światła pozwala na istotne zwiększenie precyzji interferometrii optycznej i w rezultacie pozwala pokonać tzw. granicę szumu śrutowego skalującą się jak $1/n^{1/2}$, gdzie n oznacza liczbę fotonów. Wykorzystanie kwantowych korelacji (np. kwantowego splątania) pozwala na osiągnięcie tzw. granicy Heisenberga, w której precyzja estymacji skaluje się jak $1/n$. Przykładem są słynne stany $n00n$, które są n -fotonowymi stanami splątanymi. Stany takie pozwalają teoretycznie istotnie poprawić precyzję pomiaru. Z drugiej strony są podatne na niekorzystny wpływ otoczenia, który prowadzi do dekoherencji. Metrologia kwantowa bada zatem ograniczenia precyzji pomiaru implikowane przez fundamentalne prawa fizyki kwantowej. Praca doktorska mgra Góreckiego stanowi istotny wkład w zrozumienie ważnych aspektów granicy Heisenberga. Wpisuje się zatem w ważny nurt badań i dotyczy zagadnień badanych obecnie w wielu ważnych ośrodkach naukowych na całym świecie.

Przedstawiona do oceny praca ma klasyczny układ pracy doktorskiej. Składa się ze wstępu i pięciu rozdziałów uzupełnionych trzema technicznymi dodatkami (ciekawe, że Autor przedstawiając we wstępie plan pracy nie zauważa rozdziału szóstego). Praca zawiera bogatą

bibliografię, która w mojej ocenie stanowi bardzo dobry przegląd literatury zagadnienia z ostatnich kilku lat. Na podkreślenie zasługuje fakt, że najważniejsze wyniki zaprezentowane w pracy zostały opublikowane w wiodących czasopismach (PRA oraz dwie prace w PRL)

1. W. Górecki, R. Demkowicz-Dobrzański, Multiparameter quantum metrology in the Heisenberg limit regime: Many-repetition scenario versus full optimization, *Physical Review A* **106**, 012424 (2022)

2. W. Górecki, R. Demkowicz-Dobrzański, Multiple-Phase Quantum Interferometry: Real and Apparent Gains of Measuring All the Phases Simultaneously, *Physical Review Letters* **128**, 040504 (2022)

3. W. Górecki, R. Demkowicz-Dobrzański, H.M. Wiseman, D.W. Berry, π -Corrected Heisenberg Limit, *Physical Review Letters* **124**, 030501 (2020).

Mgr Górecki jest we wszystkich trzech pracach pierwszym autorem. Dodatkowo mgr Górecki jest współautorem trzech innych prac oraz eprintu (opublikowanego w grudniu 2022) poświęconych również zagadnieniom kwantowej metrologii. Dowodzi to, że Autor pracy posiada dobrze ugruntowaną wiedzę w dziedzinie oraz od kilku lat prowadzi aktywne badania naukowe, które doprowadziły do ważnych wyników opublikowanych w wiodących czasopismach. Warto również dodać, że opublikowane wyniki zostały uzyskane we współpracy z badaczami o ugruntowanej pozycji naukowej (m. in. Wiseman, Berry, Guta, Maccone i oczywiście promotor pracy).

Typowe ograniczenie na precyzję estymacji nieznanego parametru zadawane jest przez nierówność Cramera-Rao wykorzystującą pojęcia kwantowej informacji Fishera. Jest to uniwersalne ograniczenie dla lokalnie nieobciążonego estymatora. Rozdział 2 pracy poświęcony jest analizie tego podejścia ze szczególnym uwzględnieniem granicy Heisenberga. Autor pokazuje, że podejście to posiada istotne ograniczenia, tzn. stosuje się jedynie w granicy wielu powtórzeń protokołu pomiarowego. Podejście, które pozwala obejść to ograniczenie oparte jest o analizę bayesowską zaprezentowaną w Rozdziale 4. Do najciekawszych wyników pracy doktorskiej zaliczam wyprowadzenie fundamentalnego ograniczenia na precyzję estymacji przy użyciu ograniczonej liczby zasobów pomiarowych, które jest π razy większe niż ograniczenie wyprowadzone przy użyciu standardowej informacji Fishera. Wynik ten jest prawdziwy dla dowolnego generatora ewolucji unitarnej. Dolne ograniczenie precyzji zawiera jedynie różnicę między maksymalną i minimalną wartością własną generatora. Dodatkowo, nie jest istotne czy spektrum generatora jest dyskretne czy ciągłe. Co więcej, podejście to dopuszcza dowolny schemat pomiarowy (z uwzględnieniem stanów splątanych czy też strategii adaptacyjnych, gdzie każdy kolejny pomiar zależy od wyniku poprzedniego). Autor pokazał, że to nowe fundamentalne ograniczenie jest wysycane asymptotycznie.

Kolejny bardzo ważny wynik dotyczy metrologii w przypadku wieloparametrowym. W tym przypadku mamy również uniwersalne ograniczenie poprzez nierówność Cramera-Rao, gdzie kwantowa informacja Fishera jest zastąpiona przez odpowiednią macierz dodatnio określoną (wymiar macierzy jest tożsamy z liczbą parametrów). Należy jednak podkreślić, że metrologia wieloparametrowa jest na ogół dużo bardziej skomplikowana ponieważ optymalizacja estymacji różnych parametrów może być niekompatybilna. Autor dokonał porównania protokołów metrologicznych w zależności od sposobu wykorzystania dostępnych

zasobów (np. liczba fotonów 'n', czy też liczba powtórzeń eksperymentu 'k'). Doktorant wykazał, że w przypadku ograniczenia na całkowitą liczbę zasobów $N = nk$ właściwym protokołem jest podejście bayesowskie. Natomiast gdy ograniczenie dotyczy 'n', tzn. zasobów pojedynczego eksperymentu (np. liczby fotonów), a liczba powtórzeń jest nieograniczona, właściwym podejściem jest to oparte o kwantową informację Fishera i nierówność Cramera-Rao. Co ciekawe, Doktorant wykazał, że w przypadku estymacji przesunięć fazowych oba podejścia prowadzą do podobnych ograniczeń na precyzję pomiaru. Natomiast w przypadku pomiaru składowych pola magnetycznego w Rozdziale 6 Autor wykazał przewagę schematu bayesowskiego.

Praca jest napisana w języku angielskim. Struktura pracy jest poprawna. Prezentacja materiału jest koherentna, chociaż niektóre bardziej techniczne fragmenty czyta się z pewnym wysiłkiem. Znalazłem jedynie kilka usterek, które nie wpływają na moją końcową ocenę pracy:

- w równaniu (2.10) nie jest jasne co oznacza X ,
- powyżej (3.37) Autor powinien się odwołać do (3.36), a nie (3.37),
- samo równanie (3.36) prosi się o jakiś komentarz geometryczny,
- w (3.45) Autor mógłby wspomnieć, że używa słynnej funkcji zeta Riemanna,
- powyżej (3.52) odwzorowanie kompletnie dodatnie działa nie na przestrzeni Hilberta stanów układu, a na przestrzeni operatorów.

Ocena końcowa: Pracę doktorską mgra Wojciecha Góreckiego oceniam bardzo wysoko. Uważam, że z nadmiarem spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane pracom doktorskim. Doktorant postawił szereg ambitnych problemów i uzyskał bardzo ciekawe rezultaty. Przedstawione wyniki zostały opublikowane w bardzo dobrych czasopismach. Wnoszę o dopuszczenie pana mgra Wojciecha Góreckiego do dalszego etapu przewodu doktorskiego. Uważam, że jego praca doktorska zasługuje na wyróżnienie. Rezultaty uzyskane przez doktoranta stanowią istotny wkład do nowoczesnej metrologii kwantowej i szeroko rozumianej kwantowej teorii informacji.

Toruń, 25 lutego 2023

prof. dr hab. Dariusz Chruściński

D. Chruściński