

dr hab. Wojciech Brzezicki
Zakład Kwantowej Teorii Wielu Ciał
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej
Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

RECENZJA PRACY DOKTORSKIEJ

Rozprawa doktorska pana magistra Piotra Wrzosa zatytułowana „Nowe spojrzenie na problem pojedynczej dziury w antyferromagnetyku” dotyczy problemu propagacji pojedynczego ładunku w różnych odmianach tzw. modelu t-J, opisującego silnie skorelowany izolator Motta z uporządkowaniem antyferromagnetycznym.

Rozprawa składa się z pięciu głównych rozdziałów, podsumowania i bibliografii, a także listy publikacji autora oraz listy skrótów używanych w rozprawie. Sama rozprawa napisana jest w formie kanonicznej, nie ma zatem dołączonych publikacji, jest za to rozbudowany opis otrzymanych wyników. Rozdziały podzielone są na sekcji i podsekcje, poza rozdziałem wstępnym każdy kończy się sekcją konkluzji, stanowiącą jego podsumowanie.

Rozdział pierwszy zaczyna się od wprowadzenia i umotywowania jednopasmowego modelu Hubbarda poprzez odwołanie do kwazi-dwuwymiarowych miedziowców. Ich fizyka jest opisana całkiem sprawnie, ale raczej skrótowo. W szczególności brak tu opisu jak z trójpasmowego modelu miedziowo-tlenowego można otrzymać klasyczny jednopasmowy model Hubbarda. Podane są za to referencje, z których można się tego dowiedzieć.

Pierwsza sekcja tego rozdziału wprowadza kolejny model, zwany modelem t-J, będący pewnym uproszczeniem modelu Hubbarda w przypadku, gdy wykluczamy podwójne obsadzenia. W pierwszym paragrafie trochę zaskakuje stwierdzenie, że ściśle rozwiązanie modelu t-J w dwóch wymiarach nie zostało na razie znalezione, tak jakby mogła być na to jakaś szansa w przyszłości. Z kolei pod równaniem (1.1) opis tego czym jest operator $\tilde{n}$ jest mało zręczny, a sformułowanie „scalar product of spin projections” mało poprawne. Widać, że autor dopiero nabiera rozpędu, niemniej rzeczy istotne są opisane wystarczająco jasno.

Druga sekcja to minimalistyczna próba powiązania tego co będzie liczone, czyli funkcji spektralnych, z eksperymentem fotoemisyjnym (ARPES). Próba ta sprowadza się głównie do podania definicji funkcji spektralnej i stwierdzenia, że jest to to co widzi eksperyment. Są też dwa odnośniki. Styl zdań nie zawsze jest dobry, np. „Removing an electron from the sample leaves a hole in the sample”. Wydaje się więc, że zagadnienie jest potraktowane trochę po macoszemu, nie dowiemy się na przykład jaki powinien być opis procesu, w którym wybity jest więcej niż jeden elektron na raz.

W trzeciej sekcji mamy podsumowanie tego, co widzi eksperyment fotoemisyjny wykonany na jedno- i dwuwymiarowych związkach miedzi, opisanych modelem t-J. W obu przypadkach dyskutowane są schematyczne rysunki przedstawiające dziurę po elektronie poruszającą się w antyferromagnetyku oraz przykładowe spektra ARPES. W przypadku jednowymiarowym schemat nie pozostawia wątpliwości

czym jest separacja spinowo-ładunkowa, natomiast w dwóch wymiarach schemat jest nieco mniej jasny, bo odwołuje się do magnonów, które jeszcze nie zostały wprowadzone. Tak czy inaczej, sekcja trzecia w sposób dość jasny ilustruje dwie granice w jakich będzie się poruszać ta praca.

Sekcja czwarta podsumowuje otwarte pytania teoretyczne z jakimi będziemy się tu mierzyć, czyli głównie przejście od fizyki jednowymiarowej z separacją spinowo-ładunkową do fizyki polaronu na płaszczyźnie. Jest to ciekawe postawienie sprawy, niemniej część dotycząca oddziaływań magnon-magnon wydaje się nieco przedwczesna w tym miejscu, bo na tym etapie pracy nie mamy jeszcze hamiltonianu fal spinowych, żeby o nim dyskutować.

Na szczęście zaraz w sukurs przychodzi nam kolejna sekcja, dotycząca bazy magnonowo-dziurowej, gdzie pojawia się hamiltonian magnonów. Zanim to nastąpi mamy parę zdań motywacji. Nie wszystkie one są jasne, np. w zdaniu „The different understanding of the same model, dependent on the dimensionality of the lattice (...), did not help with recognizing that some of the results presented in the previous works were not sensible” nie całkiem wiadomo o co chodzi, poza tym że stanowi ono swoisty przytyk do autorów jakichś poprzednich prac. Z kolei użycie pojęcia „Ising limit” jest przedwczesne, bo na razie nie wiemy co to jest. Dalej mamy sformułowanie hamiltonianu modelu t-J w języku operatorów magnonowych (bozonów) i dziurowych (fermionów). Zanim to nastąpi mamy trochę niezręczne sformułowanie „Holstein-Primakoff allows us” oraz mamy niezdefiniowaną chyba nigdzie podsieć, co do której trzeba się domyślać, że to podsieć ze spinami w tym samym kierunku. Z kolei samo obrócenie tychże spinów jest opisane dość bogato, nawet do przesady, bo po równaniu (1.11) mamy nieco tautologiczne: „Rotation of the sublattice A has to be applied to all of the states in the basis leading to a new basis composed of rotated states.”. Ostatecznie jednak transformacja do bazy magnonowo-dziurowej jest całkiem zrozumiała. Po niej następuje zaskakująco obszerny opis operatora rzutowego. Moim zdaniem jest on zupełnie niepotrzebny bo jeśli operator liczby bozonów przyjmuje tylko wartości 0 lub 1, to nie potrzebujemy żadnego rozwinięcia pierwiastka, równanie 1.15 jest oczywiste. Dalej mamy wypisany wprost hamiltonian t-J w nowej bazie, co jest pożyteczne, bo będzie często potrzebny. W opisie pod nim mamy dyskusję tego jak transformuje się „spin flip” oraz „Ising interaction”. Niestety brakuje definicji tych pojęć, choć nietrudno się domyślić co oznaczają.

W króciutkiej sekcji szóstej otrzymujemy definicję przeskalowanych oddziaływań pomiędzy magnonami w języku bozonowym, co wprowadza parametr λ , który będzie się przewijał przez całą rozprawę. Dalej znajdujemy ten sam wyraz, ale zdefiniowany poprzez oryginalne operatory spinowe – tutaj równanie 1.24 wydaje się niepoprawne ponieważ, jako wyraz Isinga, H_z powinno zawierać tylko zetowe składowe spinu.

W równie krótkiej sekcji 7 mamy wprowadzenie modelu t-J_z oraz wreszcie coś w rodzaju definicji wyrazu Isinga i „spin flip”. Mamy też dyskusję tego czym jakościowo różni się model t-J od t-J_z z punktu widzenia poruszania się dziury i skąd się bierze skalowanie $J^2/3$. Jest to dość pouczające. Nieco pechowo, sekcja kończy się dwoma zdaniami, które wydają się sobie zaprzeczać.

Na koniec rozdziału dostajemy opis tego, co znajdziemy w rozprawie wliczając w to to, co już przeczytaliśmy w rozdziale pierwszym. Poza tym mamy też zarysowany cel tej pracy, który był już sygnalizowany w poprzednich sekcjach, jest więc to w zasadzie podsumowanie pierwszego rozdziału.

Podsumowując, rozdział pierwszy jest merytorycznie udany, nieźle się czyta i stawia problem fizyczny który jest intrygujący. Nie ustrzegł się on niewielkich błędów redakcyjnych i w niektórych miejscach jest dość lakoniczny, ale pozwala zrozumieć kontekst pracy i użyty formalizm.

Rozdział drugi dotyczy modelu t-Jz na sieci Bethego. Zaczyna się on od opisu/definicji sieci Bethego i motywacji dla wyboru takiej sieci – chodzi o brak zamkniętych pętli. Wprowadzenie dobrze wyjaśnia motywację tego rozdziału opartego na pracy z SciPost z 2019.

Pierwsza sekcja skupia się na prostym łańcuchu, czyli przypadku jednowymiarowym. Mamy tutaj ściśle, analityczne wyprowadzenie funkcji spektralnej. Jest ono dość jasne, choć niektóre kroki nie są opisane najlepiej. W szczególności mało zręczna wydaje mi się notacja postaci macierzowej operatora w bazie poprzez funktor M_B^B , której za pierwszym razem trzeba się domyślić. Czasem jest ona używana pod wyznacznikiem, co wydaje się nadmiarowe. Równanie (2.9) gdzie pojawia się po raz pierwszy wydaje się też niepoprawne, bo w drugim bloku diagonalnym powinny być energie V_{-n} , choć to nie wpływa na późniejsze równania. Z innych rzeczy, które można by było poprawić: zero należy do liczb naturalnych i nie trzeba go tam dopisywać, opis prowadzący do równania 2.12 jest mało zręczny, a na koniec nie jest do końca jasne skąd się wzięła taka postać funkcji Greena, jak w równaniu 2.13. W kolejnych podsekcjach mamy wyrażenia na funkcję Greena oraz wykresy funkcji spektralnych z i bez oddziaływań między magnonami. Wyniki te są interesujące i pokazują nietrywialną rolę tych oddziaływań, w szczególności brak separacji spinowo-ładunkowej poza $\lambda=1$.

W drugiej sekcji na początek dostajemy zamknięte analityczne wyrażenie na funkcję Greena dziury w sieci Bethego z dowolną koordynacją „z” i dowolnym parametrem λ . Jest to bardzo nietrywialny wynik poprzedzonym krótkim wyprowadzeniem podobnym do tego z poprzedniej sekcji. W kolejnych podsekcjach mamy wykresy funkcji spektralnych dla $z=4$ z i bez oddziaływań między magnonami. Obrazują one brak kontinuum, a więc i brak separacji spinowo-ładunkowej, w wymiarze wyższym niż jeden. Łącznie w wyniku poprzedniej sekcji daje to dość sugestywny obraz ewolucji dziury w antyferromagnetyku Isinga. W ostatniej części tej sekcji mam tekst na temat równoważności z przybliżeniem SCBA na sieci kwadratowej. Jest on mało zrozumiały, nawet z załączonym rysunkiem.

W trzeciej sekcji opisano dość specyficzną wielkość: prawdopodobieństwo znalezienia n magnonów przyczepionych do dziury w stanie podstawowym. Wyprowadzenie, jakie tu pokazano, jest w duchu podobne do poprzednich. Nie jest do końca jasne skąd się bierze równanie 2.38 – można się domyślić, że z normalizacji funkcji falowej stanu podstawowego. Poza tym, wyniki są dość jasne i potwierdzają specjalność przypadku $\lambda=1$ dla $z=2$, która zarysowała się już wcześniej. Dodatkowo pokazano też wyniki pomiaru długości łańcucha magnonów w sieci optycznej sugerujące, że zimne atomy zachowują się tak, jak model t-Jz z separacją spinowo-ładunkową.

Rozdział drugi kończy się sekcją konkluzji, gdzie podsumowane zostały wszystkie istotne wyniki. Ostatni paragraf rzuca też światło na wnioski dotyczące przybliżenia SCBA.

Podsumowując, rozdział drugi jest merytorycznie udany, czyta się całkiem dobrze i zawiera nietrywialne wyniki analityczne, które zostały opublikowane w pracy w SciPost. Nie znalazłem w nim istotnych błędów.

Rozdział trzeci dotyczy modelu t-Jz na sieci kwadratowej i został oparty na pracy w Physical Review B opublikowanej w roku 2021. Zaczyna się od wprowadzenia mającego pokazać co odróżnia ruch dziury po sieci Bethego od propagacji na sieci kwadratowej. Jest to dobrze napisany fragment zawierający pomocny rysunek. Istotne jest tu wprowadzenie pojęcia ścieżki stycznej, które będzie eksplorowane dalej. Moim zdaniem mogłoby tu być jaśniej powiedziane, czy przybliżenia SCBA zawiera takie ścieżki.

W pierwszej sekcji pokazano funkcje spektralne wyliczone metodą ścisłej diagonalizacji dla sieci kwadratowej, które dobrze podkreślają różnice względem sieci Bethego. W następnej mamy wprowadzone pojęcie samounikających się ścieżek (SAW), oznaczające branie pod uwagę tylko nieprzecinających się ścieżek propagacji dziury. Jest to podstawa ważnej metody numerycznej, która będzie wykorzystywana później. Obie sekcje są bardzo dobrze napisane i zawierają pomocne ilustracje.

W sekcji drugiej wyjaśniona jest metoda generowania samounikających się ścieżek. Jest ona wyjaśniona dość dobrze, w szczególności mamy tu dwa pomocne rysunki, 3.5 i 3.6, pokazujące ważną różnicę między siecią Bethego a kwadratową. Nie wszystkie równania są natomiast jasne. Np. w równaniu 3.4 nie jest jasne jaki zbiór jest odjęty po prawej stronie, a w równaniu 3.7 nie wiadomo czym jest norma z S_n . Z kolei w dyskusji pod równaniem 3.8 nie jest dobrze wyjaśnione czemu stany z S_n są stanami własnymi $H_z(\lambda)$. Brakuje też informacji o wartości parametru z sieci Bethego w opisie rysunku 3.5 a w opisie rysunku 3.6, pod koniec, pojawia się zdanie „The linear structure of the graph reflects...”, które chyba odnosi się do sieci Bethego, a nie kwadratowej. Nie jest też wyjaśnione dlaczego dla sieci kwadratowej znów otrzymać funkcję Greena metodą rekurencyjną, podobnie jak dla sieci Bethego, mimo, że struktura grafu w Rys. 3.6 jest bogatsza – równania 3.9 i 3.10 trzeba przyjąć na wiarę.

W sekcji trzeciej zbieramy owoce wprowadzonego formalizmu. Pokazane jest porównanie funkcji spektralnych dla różnych wartości parametrów otrzymane metodą SAW oraz ścisłą diagonalizacją. Widzimy sporą zgodność, zwłaszcza dla odpowiednio dużych J . Dodatkowo, pokazano też wyniki z włączonymi lub wyłączonymi dwoma typami oddziaływań w hamiltonianie. Okazuje się, że znów istotne dla otworzenia spektrum w części kontinuum jest uwzględnienie oddziaływań magnon-magnon. Kolejną sekcją jest już podsumowanie rozdziału trzeciego, które zgrabnie zbiera najważniejsze wnioski.

Podsumowując, rozdział trzeci jest merytorycznie przekonujący, czyta się bardzo dobrze i zawiera nietrywialne wyniki analityczne, które zostały opublikowane w pracy w Physical Review B. Nie znalazłem w nim istotnych błędów.

Rozdział czwarty traktuje o tzw. modach rotacyjnych w modelu t - J_z na sieci Bethego i kwadratowej. Chodzi tu pewne poziomy energetyczne widoczne w funkcji spektralnej, które skalują się liniowo z J . Pojawiają się one na sieci kwadratowej, ale nie na sieci Bethego. Celem rozdziału jest wyjaśnienie dlaczego tak się dzieje. Rozważanie tu przedstawione opierają się na jeszcze nieopublikowanej pracy autora.

W sekcji pierwszej widzimy funkcje spektralne otrzymane metodą SAW dla sieci kwadratowej i wprost dla sieci Bethego. Dość jasno widać na czym polega różnica między spektrami i wykazano także, że nie ma ona związku z oddziaływaniami między magnonami. Jest to rzeczywiście intrygujący problem.

W sekcji drugiej autor podejmuje się dość karkołomnego zadania polegającego na zmuszeniu sieci Bethego do posiadania modów rotacyjnych, takich jak na sieci kwadratowej. W tym celu należy zacząć ewolucję dziury nie od prostego stanu początkowego, ale od superpozycji wielu stanów o tej samej liczbie magnonów dobranych z różnymi fazami. Żeby to osiągnąć wprowadzony jest nowy formalizm. Niestety dość trudno się w nim połapać. Np. S_n wprowadzony wcześniej jako zbiór stanów kwantowych teraz bez uprzedzenia staje się zbiorem ścieżek SAW. Z kolei obiekt M_n jest wprowadzony jako nie wiadomo czy wektor czy zbiór i nie wiadomo dlaczego i jak kręt dziury ma być do niego proporcjonalny. Co więcej cały skomplikowany konstrukt stanów rotacyjnych jest wprowadzony bez żadnej motywacji czemu stan początkowy dziury ma być akurat taki jak w równaniu 4.2. Ma się tu wrażenie, że zmuszanie sieci Bethego do posiadania stanów rotacyjnych to trochę sztuka dla sztuki.

O ile początek sekcji drugiej wydaje się nieco ciężki to prawdziwym pandemonium jest wyprowadzenie funkcji Greena dla stanów rotacyjnych. Wyprowadzenie to jest jasne do wzoru 4.7, dalej jest ciężko cokolwiek zrozumieć. Np. w równaniu 4.8 definiujemy macierz funkcji Greena w pewnej bazie poprzez macierz dopełnień tej samej macierzy podzieloną przez wyznacznik hamiltonianu. Nie wygląda to poprawnie. Później mamy w równaniu 4.10 operator H^0 , który nigdzie nie jest zdefiniowany i całą resztę później, w której nie sposób się połapać. Wydaje się, że wyprowadzenie finalnego wzoru 4.17 jest pokazane zbyt skrótowo i przez to niezrozumiale. Z kolei sam wzór 4.17 też jest ciężki do pojęcia ze względu na skomplikowaną notację. Nieco ratuje sytuację następne podsekcja, która demonstruje użycie

wzoru 4.17 przy pomocy grafów. Nieco ulgi czytelnikowi daje możliwość zobaczenia kilku elementów macierzowych funkcji Greena napisanych w miarę wprost. Daje to wiarę, że wzór 4.17 istotnie ma sens.

W sekcji trzeciej diskutowane są różne przypadki rotacyjnej funkcji Greena. Mamy tu dość pomocny rysunek 4.5 pokazujący sposób wyboru faz na rozgałęzieniach sieci. Być może przydałby się on także we wcześniejszej sekcji. Następnie dostajemy sporo różnych wykresów funkcji spektralnych dla sieci kwadratowej i sieci Bethego dla stanów początkowych dziury będących stanami rotacyjnymi. Wygląda na to, że udaje się tu w końcu zmusić sieć Bethego posiadania stanów linowych w J , choć ten zasadniczy wynik jest tu nieco schowany w gęszczu różnych przypadków, które w większości niewiele wnoszą do dyskusji.

W kolejnej sekcji autor stara się wyjaśnić skąd się biorą stany rotacyjne w funkcjach spektralnych modelu t - J_z . Zaczynamy od zdefiniowania stanów rotacyjnych w trochę inny sposób niż poprzednio, poprzez swego rodzaju transformację Fouriera na każdym rozgałęzieniu ścieżki. Jest to użyteczne, bo pozwala nieco lepiej zrozumieć to, co było opisane wcześniej. Sugestywny jest też rysunek 4.9 pokazujący niemożność zniszczenia magnonu na sieci Bethego na skutek destruktywnej interferencji możliwych dróg powrotu do miejsca na sieci, na którym on jest, o ile dobrze zrozumiałem. Mamy też ciekawie wyjaśnione linowe skalowanie poziomów w funkcji spektralnej, przy użyciu koncepcji pozostawionego magnonu. Ostatnim, co zostaje do wyjaśnienia jest obecność stanów rotacyjnych na sieci kwadratowej. Zrobione jest to poprzez odwołanie się do modelu-zabawki na sieci Bethego. Okazuje się, że jeśli odetniemy jedną z gałęzi sieci Bethego, to w rezultacie otrzymamy stany rotacyjne w spektrum, co pokazano na wykresie 4.12, już bez żadnych zabiegów z doczepianiem faz. Pokazano też analitycznie, że Hamiltonian z odciętą gałęzią rzeczywiście miesza stany rotacyjne i wibracyjne podczas propagacji dziury. Jakkolwiek jestem pod wrażeniem pokazanych tu rozważań, mój lekki niedosyt budzi to, że właściwość sieci kwadratowej pokazujemy poprzez sieć Bethego. Moim zdaniem to nie do końca wyjaśnia czemu coś się dzieje na sieci kwadratowej. Nie jestem też pewien w jaki sposób można zastosować mechanizm pozostawionego magnonu z rysunku 4.9 do sieci kwadratowej. Jeśli zaczynamy od stanu z dziurą w określonym miejscu w sieci, to propagacja nie wytworzy żadnych kombinacji linowych stanów z nietrywialnymi fazami, bo hamiltonian jest rzeczywisty. W takim razie nie możemy liczyć na żadną destruktywną interferencję, która nie pozwoli na skasowanie magnonu. Być może jest to kwestia, którą warto jeszcze rozważyć. Rozdział czwarty kończy się podsumowaniem wszystkich istotnych wyników i obserwacji.

Podsumowując, w rozdziale czwartym otrzymujemy technicznie wymagające rozważania analityczne dotyczące stanów rotacyjnych. Niektóre fragmenty tego rozdziału są ciężkie do zrozumienia, ale ostateczne wnioski są jasne, nietrywialne i interesujące. Podstawą tej części rozprawy są jeszcze nieopublikowane wyniki, niemniej przedstawiony materiał budzi zaufanie co do swojej poprawności. Nie znalazłem w tym rozdziale istotnych błędów, choć nie dało się tu prześledzić wszystkich wyprowadzeń od początku do końca.

Rozdział czwarty jest ostatnią z zasadniczych części rozprawy. Tematycznie nieco odbiega on od tego, co było zrobione wcześniej, ponieważ tym razem mamy do czynienia z pełnym modelem t - J (nie t - J_z) i nie ma tu rozbudowanej części analitycznej, bo autor polegał głównie na numeryce. Ma to tę zaletę, że tekst jest o wiele łatwiej przyswajany niż w poprzedniej części. Zasadniczym celem jest tu pokazanie roli oddziaływań między magnonami. Szczególnie ciekawym wynikiem jest tu wykres funkcji korelacji trójpunktowej pokazany na rysunku 5.5. Pokazuje on, że przypadek kiedy parametr λ jest równy 1, czyli gdy mamy niezmodyfikowany model t - J , jest bardzo szczególny, bo jedynie wtedy mamy do czynienia z separacją spinowo-ładunkową (choć nie jestem pewien czy $\lambda = -1$ nie działałoby tak samo). W każdym innym przypadku propagacja dziury jest w stanie wzbudzić jedynie skończoną liczbę magnonów, co oznacza, że mamy do czynienia z polaronem. Tekst, rysunki i równania w tym rozdziale właściwie nie wzbudzają zastrzeżeń ani wątpliwości. Drobne zastrzeżenie można tu mieć co najwyżej do

równania 5.8, gdzie przybliżenie jest wyjaśnione w sposób bardzo lakoniczny oraz do tekstu pod równaniem 5.9, gdzie mowa o anizotropii XXZ, która nie była wcześniej wprowadzana. Nie ma też podanej wartości parametru anizotropii dla rysunku 5.9. Za interesujący uważam przedstawiony na koniec pomysł wprowadzenia do modelu alternującego pola Sz, w celu modelowania kwazi-jednowymiarowych miedziowców.

Podsumowując, rozdział piąty jest merytorycznie przekonujący, czyta się bardzo dobrze i zawiera nietrywialne wyniki numeryczny, które zostały opublikowane na razie jako preprint na arxiv. Nie znalazłem w nim istotnych błędów.

Rozprawę doktorską kończy kolejne podsumowanie otrzymanych wyników i wniosków, tym razem dla całej pracy. Znajdziemy tu te same informacje, które otrzymaliśmy w podsumowaniach kolejnych rozdziałów. Być może brakuje tu nieco całościowego podsumowania zagadnienia propagacji dziury w antyferromagnetyku już bez podziału na szczegółowe przypadki.

Kończąc tę recenzję chciałbym podkreślić, że praca doktorska pana Wrzoska stoi na bardzo wysokim poziomie. Wyniki otrzymane przez Niego są bardzo oryginalne, a metodologia elegancka i pokazująca sporą kulturę matematyczną. Pan Wrzosek w czasie swoich studiów doktorskich opublikował cztery artykuły w bardzo dobrych czasopismach fizycznych oraz jeden preprint na arxiv, który zapewne stanie się Jego piątym artykułem. Nie budzi moich wątpliwości to, że wkład autora tej rozprawy w powstanie tych artykułów był decydujący. Dorobek naukowy pana Wrzoska jest więc wystarczający i spełnia z nadmiarem przyjęte zwyczajowo wymagania dla kandydatów do stopnia doktora nauk fizycznych. Z tego względu wnoszę o przyjęcie rozprawy i dopuszczenie pana magistra Piotra Wrzoska do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Dodatkowo, ze względu na wymienione tu zalety i poziom naukowy rozprawy oraz wybitny dorobek naukowy autora wnoszę o wyróżnienia tej pracy doktorskiej.

Wojciech Bożejko:

Kraków 05.10.2023