

Kraków, dnia 18 lipca 2023 r.

Prof. dr hab. Stanisław Drożdż
Instytut Fizyki Jądrowej PAN Kraków
oraz Wydział Informatyki i Telekomunikacji
Politechnika Krakowska

Ocena rozprawy doktorskiej
„Badanie stochastycznych sprzężeń dynamicznych metodami fizyki
statystycznej”
Pana mgr Jarosława Klamuta

Tematyka rozprawy doktorskiej Pana mgr Jarosława Klamuta wpisuje się w jedno z centralnych zagadnień współczesnej fizyki jakim jest opis, modelowanie i systematyka występujących w Naturze struktur złożonych przy użyciu koncepcji wywodzących się z teorii procesów stochastycznych oraz z dynamiki nieliniowej. Stosowalność koncepcji dyskutowanych w rozprawie jest bardzo uniwersalna i coraz częściej jest obecna nie tylko w fizyce ale również wszędzie tam gdzie rozważany układ składa się z dużej liczby wzajemnie oddziałujących elementów, a więc w tak rozległych dziedzinach jak ekonomia i finanse, neurologia, czy nawet nauki społeczne. Jeśli chodzi o praktyczne ilustracje koncepcji teoretycznych to w rozważanej tu rozprawie użyte są głównie finansowe szeregi czasowe co jest naturalne, jako że reprezentują one zjawiska o największym stopniu złożoności.

Przedstawiony w rozprawie materiał w przeważającej mierze bazuje na czterech opublikowanych artykułach, których Jarosław Klamut wydaje się być bez wątpienia wiodącym autorem. W konsekwencji, w przedstawionej rozprawie doktorskiej przedstawia on nowatorskie podejście do analizy aktywności układów złożonych, obserwowanej poprzez zależności występujące w szeregu czasów międzyzdarzeniowych. Głównymi celami rozprawy jest rozwinięcie metodologii modelowania i analizy czasów międzyzdarzeniowych poprzez wykorzystanie modeli błędzenia losowego w czasie ciągłym (CTRW) oraz metody multifraktalnej analizy fluktuacji zdetrendowanych. Cele te wraz ze szkicem układu rozprawy oraz wprowadzeniem do jej tematu zawarte są w rozdziale wstępnym.

W rozdziale drugim, prezentującym dane empiryczne użyte w dalszej części rozprawy, Autor omawia dane transakcyjne z polskiej Giełdy Papierów Wartościowych. Przedstawia fakty stylizowane, takie jak autokorelację czasów

międzytransakcyjnych związaną przede wszystkim ze zjawiskiem grupowania efektów wzmożonej aktywności, autokorelację logarytmicznych stóp zwrotu oraz modułów logarytmicznych zmian cen, a także rozkłady fluktuacji stóp zwrotu. Te analizy stanowią punkt wyjścia dla dalszych badań.

Rozdział trzeci stanowi wprowadzenie do procesu błędzenia losowego w czasie ciągłym, omawia metody analizy tego procesu oraz porównuje formalizmy przelotów i spacerów. Prezentuje, w szczególności, własne wyniki Autora, obliczając i porównując dyfuzyjne diagramy fazowe dla obydwu formalizmów na przykładzie procesów Weierstrassa. Ponadto, przedstawia teoretyczne uzasadnienie dla zbudowania procesu CTRW uwzględniającego zależności pomiędzy czasami wyczekiwania. Wykazuje, że jest to bardziej odpowiednie podejście niż zastosowanie procesów ACD (ang. *Autoregressive Conditional Duration*) lub Hawkesa, które są zazwyczaj wykorzystywane w modelowaniu zależności między czasami międzyzdarzeniowymi.

W rozdziale czwartym prezentowane jest modelowanie danych finansowych za pomocą CTRW i wyjaśnianie znaczenie uwzględnienia silnie skorelowanych czasów wyczekiwania w analizie funkcji autokorelacji zmian cen. Przedstawione są wyniki symulacji autorskich, które wykazują, że uwzględnienie jedynie zależności czasów międzytransakcyjnych może być wystarczające do odtworzenia wartości wykładnika potęgowego zaniku funkcji autokorelacji absolutnych zmian logarytmicznych cen, a poprzez to do lepszego zrozumienia i zamodelowania efektu klastrowania zmienności.

Następnie, w rozdziale piątym, wprowadzona jest rodzina modeli CTRW ze skorelowanymi czasami wyczekiwania. W podrozdziale 5.1 Autor wprowadza zależności w szeregu czasów wyczekiwania poprzez losowe powtarzanie tych samych wartości czasów. Skupia się on na przypadku pamięci długozasięgowej, dla której liczba powtórzeń zadana jest rozkładem potęgowym. W podrozdziale 5.2 przedstawia analityczne rozwiązanie modelu: wzory na propagator oraz statystyki procesu w granicy długich czasów. W szczególności wykazuje, że dla procesów z dryfem (niezerowym średnim pojedynczym skokiem) występować będzie potęgowa autokorelacja przyrostów procesu. Dodatkowo, w przypadku silnej pamięci pomiędzy czasami wyczekiwania, w procesie obserwowana jest superdyfuzja. W podrozdziale 5.4 przewidywania modelu teoretycznego zostały pozytywnie zweryfikowane z własnościami danych empirycznych.

Po odtworzeniu zjawiska klastrowania aktywności, Autor skupia się na rozwinięciu metod analizy jeszcze bardziej złożonych cech aktywności układu. W rozdziale szóstym analizuje aktywność układu finansowego za pomocą metody wywodzącej się z multifraktalnej analizy fluktuacji zdetrendowanych (MFDFA od ang. *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*). W podrozdziale 6.2 proponuje alternatywne podejście do tego zagadnienia, poprzez wykorzystanie średnich czasów międzyzdarzeniowych, w zależności od rozpatrywanej skali. Przeprowadza badanie

skalowania funkcji fluktuacji i własności skalowania danych empirycznych, takie jak uogólniony wykładnik Hursta $h(q)$, uogólniony wykładnik skalowania Renyi'ego $\tau(q)$ oraz uogólniony wykładnik Höldera $\alpha(q)$. Następnie Autor stwierdza zaobserwowanie niemonotonicznego zachowania wykładników Hursta i Höldera dla danych finansowych. Do dalszej analizy proponuje wykorzystanie transformaty Legendre-Fenchela, aby otrzymać wielogałęziowe spektrum uogólnionego wykładnika Höldera $f(\alpha)$. Autor analizuje poszczególne gałęzie spektrum pod kątem stabilności termicznej oraz określa rodzaje przejść fazowych w punktach zwrotnych.

W ostatnim rozdziale Autor podsumowuje, ocenia oraz komentuje uzyskane wyniki. W dodatkach do rozprawy znajdują się mniej kluczowe obliczenia analityczne oraz rozszerzenie przykładów opartych na danych empirycznych.

Rozprawa doktorska Pana Jarosława Klamuta spełnia wielorakie kryteria poznawcze, świadczy o rozległej wiedzy Autora oraz o jego sprawności w posługiwaniu się obliczeniowym aparatem analitycznym i numerycznym. Jednak, oprócz pewnych drobnych potknięć o charakterze redakcyjnym dostrzegłem także kilka uchybień natury merytorycznej.

- W rozdziale 6.1 znajdujemy stwierdzenie „Obecnie udokumentowane są dwa źródła pochodzenia multifraktalności: gruboogonowe rozkłady i/lub dalekozasięgowe zależności [111], które prowadzą do hierarchicznej organizacji w wielu skalach.”, które jest dość poważnie nieprecyzyjne. Już z samej definicji koncepcji multifraktali wynika, że wartość wykładnika Höldera w określonym momencie czasu jest określona przez wartość fluktuacji w tym właśnie momencie w relacji do wartości fluktuacji w czasie przed i w czasie po. Korelacje czasowe są tu więc decydujące i bez nich nie ma multifraktalności. Tak zwane ‘gruboogonowe rozkłady’ mogą poszerzyć spektrum multifraktalne ale tylko w obecności korelacji czasowych. Bez korelacji czasowych spektrum to jest typu monofraktalnego dla fluktuacji należących do gaussowskiego obszaru przyciągania (w sensie Centralnego Twierdzenia Granicznego) albo bifraktalnego dla fluktuacji na tyle ‘gruboogonowych’, że należą one do obszaru przyciągania typu Levy’ego. Systematyczne opracowanie tych argumentów można znaleźć w artykule grupy krakowskiej pt. *Genuine multifractality in time series is due to temporal correlations* opublikowanego w Phys Rev E 107, 034139 (2023).

- Nieprecyzyjne jest również stwierdzenie (rozdz 6.2.4), że „Kluczowymi wielkościami multifraktalnymi są wykładnik Höldera $\alpha(q)$, który jest lokalnym wymiarem fraktalnym oraz jego rozkład $f(\alpha)$.” Wykładnik Höldera nie jest wymiarem fraktalnym lecz stopniem osobliwości danej fluktuacji w relacji do jej sąsiedztwa. Spektrum multifraktalne $f(\alpha)$ natomiast określa wymiar fraktalny zbioru osobliwości (stąd $f(\alpha)$ określane też bywa mianem spektrum osobliwości) o zadanym wykładniku Höldera. Te zagadnienia są już omawiane w pionierskiej pracy *Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets*, T.C. Halsey et al. Phys Rev A33 (1986) 1141. Trochę jestem zaskoczony, że ta praca nie jest tu cytowana.

- Nie do końca przekonujący dla mnie jest argument o niemonotoniczności wykładnika Hursta (a więc o multifraktalności wielogałęziowej) demonstrowanej na rysunku 6.3, dla jak się wydaje jednej tylko spółki choć nie jest to wyraźnie napisane. Brak jest testów porównawczych przy użyciu zrandomizowanych wariantów wyjściowego szeregu czasowego takich jak otrzymany przez przetasowanie oraz przez randomizację faz fourierowskich. Także wybór przedziału zmienności parametru q (od -10 do 10) wydaje się tu być dość arbitralny. W pełni poprawna analiza wymaga stosowania wartości nie większych niż pewna graniczna wartość, powyżej której momenty pojawiające się w równaniu 6.10 dla funkcji fluktuacji nie stają się rozbieżne. Oczywiście dla skończonych szeregów czasowych wartość ta zawsze będzie skończona ale końcowy wynik analiz multifraktalnych może wtedy stawać się niekontrolowalny. W tym kontekście należy też zwrócić uwagę na fakt, że jakość skalowania na rysunku 6.3 dla dodatnich wartości parametru q nie jest zbyt dobra co widać szczególnie dla $q=2$. W końcu, w rozprawie w zasadzie nie jest pokazane, że tak zaproponowana metoda i 'hipoteza skalowania' rzeczywiście odtwarzają wymiary multifraktalne.
- Szkoda, że dla zaproponowanego autorskiego modelu CTRW nie sprawdzono czy generuje on charakterystyki multifraktalne.
- Na rysunku 2.4 prawie na pewno błędna jest legenda. Grubości ogonów rozkładu fluktuacji stóp zwrotu normalnie stają się mniejsze wraz ze wzrostem skali czasowej a tu jest odwrotnie. Podobnie jest na rysunku B.1.

Podsumowując, materiał przedstawiony przez Pana mgr Jarosława Klamuta jako rozprawa doktorska zawiera wielorakość oryginalnych, interesujących oraz bardzo wartościowych wyników o implikacjach interdyscyplinarnych, na których zgłębianie chętnie poświęciłbym znacznie więcej czasu niż pozwalają na to różne ograniczenia, a przede wszystkim ustawowe limity czasowe na przygotowanie recenzji. Pewne stwierdzenia wyrażone w rozprawie nie w pełni mnie przekonują ale nawet i one mogą być inspirujące. Mimo powyżej wyrażonych krytycznych uwag jestem przekonany, że rozprawa ta spełnia wszelkie warunki stawiane tego typu rozprawom w dyscyplinie nauki fizyczne i wnoszę o dopuszczenie Pana magistra Jarosława Klamuta do dalszych etapów postępowania w sprawie nadania stopnia doktora.

 Stanisław Drożdż