

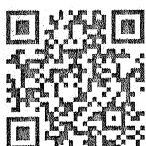
Prof. dr hab. Dariusz Chruściński
Instytut Fizyki UMK

Toruń, 05.12.2023

Recenzja pracy doktorskiej mgra Tulja Varun Kondra

„State transformations in quantum resource theories”

Motywy przewodnim rozprawy doktorskiej mgra Tulja Varun Kondra jest dogłębna analiza dopuszczalnych transformacji stanów kwantowych w ramach tzw. kwantowej teorii zasobów (*quantum resource theories*). Podstawowa idea teorii zasobów kwantowych to analiza przetwarzania informacji kwantowej w ramach ograniczonego zestawu operacji fizycznych. Teorie zasobów kwantowych wyrosły na bazie zainteresowania kwantowym splątaniem. Oferują one pewną uniwersalną strukturę do badania różnych zjawisk w fizyce kwantowej. Podstawową metodologią ogólnej teorii zasobów jest podział wszystkich stanów kwantowych na dwie grupy: jedna grupa to stany wolne od zasobów (tzw. stany wolne – *free states*), a druga składa się ze stanów zawierających badany zasób, np. kwantowe splątanie. Temu podziałowi towarzyszy zbiór transformacji, które działając na stany wolne od zasobów pozostawiają je takimi, tzn. nie wytwarzają zasobu (*free operations*). W teorii splątania takimi transformacjami są tzw. operacje typu LOCC (Local Operations and Classical Communication). Operacja LOCC przekształca stany separowalne w stany separowalne. Ogólny schemat dobrze znany z teorii kwantowego splątania daje się w naturalny sposób zastosować w szeregu innych dobrze znanych struktur. Przykładami są asymetria i kwantowe układy odniesienia, termodynamika kwantowa, kwantowa koherencja i superpozycja, czy też kwantowa kontekstualność. Pokazuje to, że teoria kwantowych zasobów jest bardzo ciekawym i unifikującym podejściem do wielu naturalnych zagadnień w kwantowej teorii informacji. Tym samym praca doktorska mgra Tulja Varun Kondra wpisuje się w ważny i aktualny nurt badań.



Praca doktorska mgra Tulja Varun Kondra stanowi ważny wkład w zrozumienie ważnych aspektów kwantowej teorii zasobów. Doktorant jest współautorem szeregu artykułów poświęconych tej problematyce: trzy prace w prestiżowym *Physical Review Letters*, dwie prace w *Physical Review A*, jedna praca w *New Journal of Physics*, oraz pięć eprintów w bazie arXiv. Wszystkie prace powstały w okresie ostatnich trzech lat. Bez wątpienia dorobek publikacyjny doktoranta jest ponadprzeciętny.

Praca ma klasyczny układ pracy doktorskiej: składa się z pięciu rozdziałów (w sumie 80 stron), oraz bogatego spisu literatury. Napisana jest w języku angielskim z dużą dbałością o precyzję prezentowanych tez i przedstawionych analiz.

Rozdział 1 stanowi pobieżne wprowadzenie do tematyki kwantowej teorii zasobów. Doktorat prowadzi podstawowe pojęcia: stany wolne oraz transformacje nie generujące zasobów. Istotnym rozróżnieniem są transformacje na pojedynczym stanie układu oraz na wielu kopiach. Wprowadza również koncepcję katalizatora, która odgrywa w całej pracy bardzo ważną rolę.

Rozdział 2 wprowadza koncepcję miary zasobów. Jest to uogólnienie powszechnie znanych miar kwantowego splątania. Jedną z kluczowych własności takiej miary jest monotoniczność względem wolnych operacji, tzn. ilość zasobu nie może wzrastać po wykonaniu wolnej transformacji. W odniesieniu do teorii splątania oznacza to, że operacje typu LOCC nie zwiększają kwantowego splątania. Istotną rolę odgrywa zupełny zbiór monotonicznych miar (*resource monotones*), który jednoznacznie rozstrzyga czy istnieje wolna transformacja pomiędzy zadanymi stanami kwantowymi.

Doktorant wykazuje (Twierdzenie 2.1), że jeśli dana teoria zasobów posiada jako stany wolne stany czyste, to nie istnieje skończony zupełny zbiór ciągłych miar monotonicznych. Jest to bardzo ciekawy rezultat, który pokazuje jak ważne jest założenie o ciągłości. Okazuje się, że rezygnując z tego wymagania można pokazać istnienie skończonego kompletnego zbioru monotonicznych miar w różnych teoriach zasobów. Kolejna obserwacja to zastąpienie transformacji deterministycznej przez transformację z katalizatorem. Doktorant przeprowadza bardzo ciekawą dyskusję takich transformacji w kontekście teorii, gdzie zasobem jest kwantowa koherencja. W teorii tej istnienie wiele ważnych klas wolnych transformacji, np. kowariantne defazujące transformacje (*dephasing covariant operations* – DIO) czy też maksymalnie niekoheretne transformacje (*maximally incoherent operations* – MIO). Doktorant pokazuje (Twierdzenie 2.2), że stan kwantowy ρ można przetransformować za pomocą kowariantnej defazującej operacji z katalizatorem do stanu σ tylko wtedy gdy $C(\rho) \geq C(\sigma)$, gdzie „C” oznacza entropię względną koherencji, która jest fundamentalną miarą w dyskutowanej teorii zasobów. Kolejny ważny uniwersalny wynik zaprezentowany w tym

rozdziale dotyczy istnienia absolutnego porządku w zbiorze stanów. Istnienie takiego porządku oznacza, że posiadając parę dowolnych stanów (ρ, σ) istnieje wolna transformacja $\rho \rightarrow \sigma$ lub $\sigma \rightarrow \rho$. Twierdzenie 2.3 mówi, że istnienie absolutnego porządku jest równoważne istnieniu pojedynczej zupełnej miary monotonicznej. Konsekwencją tego wyniku jest obserwacja, że w teorii zasobów z absolutnym porządkiem dwa dowolne stany czyste mogą być przetransformowane na siebie za pomocą wolnej operacji.

Wyniki Rozdziału 2 uważam za bardzo ważne dla teorii kwantowych zasobów. Są eleganckie i uniwersalne.

Rozdział 3 analizuje ważny problem gdy transformujemy $\rho \rightarrow \sigma$ z optymalnym prawdopodobieństwem dopuszczając operacje obarczone błędami. Doktorant definiuje wierność operacji stochastycznej (z prawdopodobieństwem co najmniej „p”) oraz prawdopodobieństwo operacji z wiernością co najmniej „f”. Rozdział 3 przedstawia detaliczną analizę obu reżimów. W całej analizie kluczową rolę odgrywają trzy miary monotoniczne: miara geometryczna G , uogólniona i standardowa odporność (*robustness*) R oraz S , odpowiednio. Niestety pewne zamieszanie wprowadza niekonsekwentne oznaczanie uogólnionej odporności – przez „ R ” i przez „ K ”. Dodatkowo we wzorze (3.8) powinno być τ_f zamiast τ . Te drobne potknięcia nie umniejszają rangi ważnych wyników tego rozdziału. Doktorant wyprowadza ograniczenia na osiągalne prawdopodobieństwo i wierność transformacji w schemacie pojedynczych kopii (Twierdzenie 3.1). Kolejny ważny i ciekawy wynik dotyczy wierności transformacji typu SLOCC (*stochastic LOCC*) z zadanyim prawdopodobieństwem (Twierdzenie 3.3). Z kolei Twierdzenie 3.4 dostarcza informacji o maksymalnym prawdopodobieństwie operacji typu SLOCC ze stanu czystego dowolnego układu dwu-cząstkowego do stanu dwu-kubitowego. Rozdział ten uzupełnia ciekawa analiza teorii, w której zasobem jest zespolona reprezentacja macierzy gęstości (*resource theory of imaginarity*). Doktorant przedstawia rozwiązanie problemu transformacji stanu czystego przy pomocy rzeczywistych transformacji, tzn. takich odwzorowań kompletnie dodatnich, które posiadają rzeczywiste reprezentacje Krausa.

Rozdział 4 zawiera wnikliwą analizę transformacji z katalizatorem. Wprowadzając koncepcję przybliżonego katalizatora (*approximate catalyst*) doktorant wykazuje, że dwu-cząstkowy stan czysty może być przetransformowany w inny dwu-cząstkowy stan czysty przy użyciu przybliżonego katalizatora tylko wtedy gdy entropia splątania pierwszego dominuje entropię splątania drugiego (Twierdzenie 4.1). Ten elegancki wynik na ogół wymaga użycia katalizatora, którego odpowiednia przestrzeń Hilberta posiada nieskończony wymiar. Ciekawym wynikiem jest wykazanie, że użycie katalizatora nie pomaga w procesie destylacji maksymalnie splątanych stanów singletowych przy założeniu, że początkowy stan jest destylowalny. Warto również wspomnieć o propozycji nowego rodzaju pojemności kanału

kwantowego ze wsparciem katalizatora. Doktorant przeprowadził analizę prowadzącą do uniwersalnych ograniczeń na wspomnianą wielkość.

Praca jest napisana bardzo starannie i z dużą precyzją matematyczną. Znalazłem jedynie kilka drobnych potknięć literowych i wspomniane wcześniej zamieszanie z oznaczeniami „K” i „R”. Praca zawiera solidny spis literatury. Studiując listę zauważyłem, że pozycje [CG19a] i [CG19b] są takie same. Te drobne usterki w żadnym stopniu nie wpływają na ocenę końcową.

Ocena końcowa: Pracę doktorską mgra Tulja Varun Kondra oceniam bardzo wysoko. Doktorant postawił szereg ambitnych problemów i uzyskał ważne i ciekawe rezultaty. Doktorant posiada gruntowną wiedzę teoretyczną oraz solidny warsztat badawczy dotyczący matematycznych aspektów mechaniki kwantowej i kwantowej teorii informacji. Wyniki doktoranta wnoszą istotnie nowe ważne elementy formalizmu kwantowych teorii zasobów. Przedstawione wyniki zostały częściowo opublikowane w serii prac w tak renomowanych czasopismach jak Physical Review Letters oraz Physical Review A. Część wyników ukazała się w formie eprintów w bazie arXiv.

W związku z powyższym stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszej części postępowania.

Dariusz Chruściński