

Recenzja rozprawy doktorskiej

State transformations in quantum resource theories

Autor: Tulja Varun Kondra

Recenzowana rozprawa doktorska dotyczy własności tzw. teorii zasobów. Są to ogólne matematyczne modele wielkości, które na gruncie fizycznych argumentów uznajemy za wartościowe (posiadające zasób). Sztandarowe przykłady takich wielkości to kwantowe splątanie czy koherencja. Ogólna teoria zasobów wyróżnia zbiór darmowych stanów (nie posiadających zasobu, np. stany niesplątane), oraz zbiór darmowych operacji (nie wymagających zasobu, np. lokalne operacje i klasyczna komunikacja w przypadku teorii splątania). Zasadnicze pytanie analizowane w doktoracie brzmi "jak zmieniają się stany z zasobem podczas transformacji operacjami darmowymi?". Ocenianą rozprawę cechuje kompletność, przebadano bowiem wiele różnych rodzajów operacji oraz otrzymano ostateczne odpowiedzi na kilka ważnych pytań. Opiszę te wyniki bardziej szczegółowo poniżej, a już teraz chciałbym zaznaczyć, że rozprawa stoi na bardzo wysokim poziomie i spełnia wszystkie międzynarodowe standardy stawiane pracom doktorskim.

Doktorat napisany jest w języku angielskim z małą ilością literówek, których nie będę wymieniał, związanych z angielską gramatyką i konsystentnym używaniem symboli. Struktura pracy jest spójna i ma ona klarowny podział logiczny. Styl fizyki matematycznej powoduje, że autor szybko przechodzi do sedna sprawy zaś całość zredagowana jest na wysokim poziomie z dbałością o szczegóły.

Rozdział 1 wprowadza niezbędne koncepcje i najważniejsze definicje, które są motywowane teorią kwantowego splątania a następnie uogólniane. Aby podkreślić kompletność pozwolę sobie wymienić rodzaje studiowanych transformacji stanów. Na pojedynczej kopii układu kwantowego mamy transformacje deterministyczne (zawsze to samo wyjście na danym wejściu), transformacje probabilistyczne (stan docelowy uzyskany jest z pewnym prawdopodobieństwem) oraz transformacje przybliżone, kiedy autor optymalizuje wierność przy zadanym minimalnym prawdopodobieństwie sukcesu lub prawdopodobieństwo to optymalizowane jest zakładając minimalną wierność. Na wielu kopiach mamy transformacje doskonałe (n kopii wejścia przechodzi w m kopii wyjścia i stosunek n/m jest największy), transformacje asymptotyczne (wyjście może różnić się od

stanu idealnego, ale błąd ten znika przy dużej ilości kopii) oraz transformacje asymptotyczne z marginałem, w których każdy podukład na wyjściu jest taki sam, ale globalny stan wyjścia może być skorelowany. Następnie rozważano dodatkowy układ (katalizator), który nie zmienia się podczas transformacji. Tak uzyskane transformacje katalityczne również można podzielić na doskonałe, przybliżone czy skorelowane. Na koniec podkreślono istotę założenia, że katalizator pozostaje niezmienny podczas transformacji: odwołano się do pracy wykazującej, że małe zmiany katalizatora w teorii splątania prowadzą do trywialności problemu transformacji, tj. dowolne stany mogą przechodzić na siebie za pomocą lokalnych operacji i klasycznej komunikacji.

Rozdział ten jest rodzajem przeglądu literatury (choć nie tylko, niektóre z omówionych transformacji zostały wprowadzone przez autora) i kilkakrotnie autor wskazuje, że odpowiednie rodzaje transformacji były już studiowane w pewnych teoriach zasobów kończąc zdanie "etc". Proponuję zastąpienie "etc" konkretnymi referencjami.

Rozdział 2 rozpoczyna się od transformacji deterministycznych. Autor wprowadza pożądane własności miar danego zasobu, a następnie skupia się na wielkościach ciągłych i monotonicznych względem darmowych operacji. Wielkości takie nazywane są w skrócie "monotonami". Wykazano, że dla dużej klasy teorii zasobów (ważniejsze założenie to, że istnieje w teorii czysty stan bez zasobu) nie istnieje skończony zbiór monotoni charakteryzujący transformacje stanów w danej teorii. Jest to bardzo dobry początek nowych wyników rozprawy, która następnie wylicza kreatywne sposoby obejścia opisanego twierdzenia. Można je obejść pozwalając na nieciągłe monotony, nieskończony zbiór monotoni czy transformacje katalityczne. Eleganckie twierdzenie pokazuje, że katalityczna konwersja przybliżona pomiędzy stanami w teorii koherencji jest możliwa wtedy i tylko wtedy gdy względna entropia koherencji stanu wejściowego jest większa lub równa od tejże entropii stanu wyjściowego. Naturalnie prowadzi to do pytania o własności teorii z pojedynczym kompletnym monotonom. Teorie te zostały scharakteryzowane dla pojedynczego kubitu.

Rozdział 3 przechodzi od jednej do wielu kopii i studiuje transformacje stochastyczne i przybliżone. Opracowano analityczne ograniczenia na wierność i prawdopodobieństwo transformacji w ogólnej teorii zasobów, przy czym dla wielu ograniczeń podano konkretne optymalne protokoły. Następnie zupełnie scharakteryzowano konwersję za pomocą stochastycznych lokalnych operacji i klasycznej komunikacji pomiędzy stanami czystymi

dwóch kubitów oraz zaczynając od stanu czystego a kończąc na mieszanym. Jest to jeden z najważniejszych wyników dysertacji i warto podkreślić jeszcze raz, że wyniki są analityczne i kończą się konkretnymi wzorami do bezpośredniego użycia. Podobne techniki prowadzą do analogicznych twierdzeń o konwersji w teorii zaspłoności.

Rozdział 4 poświęcony jest operacjom katalitycznym. Rozwiązano problem katalitycznej konwersji przybliżonej dla stanów czystych w teorii splątania. Ponownie, ostateczne twierdzenie jest bardzo eleganckie. Konwersja możliwa jest wtedy i tylko wtedy gdy entropia splątania nie rośnie. Otrzymujemy więc również nową interpretację entropii splątania. Jednakże wymiar katalizatora jest w ogólności nieskończony. Ostatnie z eleganckich twierdzeń pokazuje, że splątanie destylowalne w pełni charakteryzuje konwersję za pomocą odpowiednio zdefiniowanej przybliżonej katalizy startując z dowolnego stanu początkowego a kończąc na stanie czystym. Rozdział uwieńcza zastosowanie katalizy w komunikacji poprzez zaszumiony kanał. Autor wprowadza wiele warunków na ilość splątania zakomunikowanego z pomocą katalizatora przy jednym użyciu kanału. W tej części bardzo przydałby się rysunek ilustrujący studiowany protokół.

Rozdział 5 kończy rozprawę krótkim podsumowaniem najważniejszych wyników oraz zawiera ciekawe sugestie przyszłych badań i interesujące pytania.

Podsumowując, w mojej opinii recenzowana dysertacja z naddatkiem spełnia formalne i zwyczajowe wymagania stawiane pracom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Uzyskano szereg nowych wyników w nurcie fizyki matematycznej, które jasno wychodzą poza dotychczasowe ograniczenia zarówno w teorii kwantowego splątania, jak i szerzej w ogólnych teoriach zasobów. Łatwo wyczuwalna jest inklinacja matematyczna autora, jego znakomita znajomość literatury oraz niezależność naukowa. Otrzymane wyniki odpowiadają na fundamentalne a zarazem praktyczne pytania, przy czym wyróżniają się kompletnością i elegancją. Potwierdza to również dorobek doktoranta, który jest współautorem pięciu opublikowanych artykułów naukowych, w tym trzech prac w Physical Review Letters (jedna jako pierwszy autor) oraz czterech innych prac w recenzji. Wnoszę więc o wyróżnienie rozprawy.

prof. dr hab. Tomasz Paterek / Uniwersytet Gdański