

Katedra Metod Matematycznych Fizyki

1. Własności stanów podstawowych kwantowego modelu Heisenberga

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

Początek pracy - to zapoznanie się z kwantowym modelem Heisenberga i zasadniczymi znanymi faktami na jego temat. Następnym krokiem będzie wypisanie jawnego wyrażenia na macierz hamiltonianu modelu oraz implementacja numeryczna tejże, a następnie liczenie numeryczne najniższych energii stanu podstawowego i odpowiadającego jej wektora własnego, a stąd - funkcji korelacji. Badane byłyby układy do dwudziestu kilku węzłów. W zależności od zaangażowania licencjata, możliwa jest kontynuacja tematu - badanie większych układów metodami wariacyjnymi (tzw. Metoda pokryw dimerowych i jej modyfikacje), po sprawdzeniu dokładności tych metod na małych układach. Techniki obliczeniowe dla takich układów są stosowane w nanotechnologii -- w badaniu nanodrutów i kropek kwantowych.

Od licencjata oczekuję znajomości podstaw mechaniki kwantowej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

2. Własności krytyczne modelu Isinga i ich uniwersalność: metoda numerycznej diagonalizacji

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

Początek pracy - to poznanie ścisłego rozwiązania modelu Isinga (w 1 i 2 wymiarach) i otrzymanych na tej podstawie funkcji termodynamicznych. Następnym krokiem będzie odtworzenie tych wielkości przez numeryczną diagonalizację macierzy przejścia. Dalej planuje analogiczne zbadanie termodynamiki modeli Isinga, dla których nie jest znane ścisłe rozwiązanie (modele z dalszym oddziaływaniem, model o spinie 1). Badane byłyby głównie własności krytyczne pod kątem zgodności z (ciągle jeszcze) hipoteza uniwersalności.

Od licencjata oczekuję znajomości podstaw mechaniki statystycznej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

3. Własności krytyczne dwuwymiarowego modelu Isinga i ich uniwersalność: metoda Monte Carlo

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

Zakres problemów byłby podobny, jak powyżej, inna jednakże byłaby metoda badania, a mianowicie symulacja Monte Carlo (losowe próbkowanie przestrzeni stanów i na tej podstawie wnioskowanie o własnościach układu). Metoda Monte Carlo jest jedną z najbardziej uniwersalnych metod w mechanice statystycznej, mających szereg zastosowań także w innych gałęziach wiedzy (ekonofizyka, rynki finansowe). W przypadku dużego zaangażowania licencjata, można się pokusić o przeniesienie kodu numerycznego na karty graficzne z serii NVidia (tzw. oprogramowanie CUDA), co pozwoliłoby nawet na kilkudziesięciokrotne przyspieszenie symulacji, a efektem ubocznym byłoby poznanie architektury karty graficznej i praktyczne zaznajomienie się z obliczeniami przy jej użyciu (do wykorzystania nie tylko w obliczeniach numerycznych, ale i w tworzeniu grafiki oraz gier komputerowych).

Od licencjata oczekuję znajomości podstaw mechaniki statystycznej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

4. Termodynamika modelu Hubbarda

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

Początek pracy - to poznanie modelu Hubbarda i zasadniczych faktów go dotyczących. Następny krok - to wypisanie jawnego wyrażenia na macierz hamiltonianu modelu i numeryczna implementacja tejże, a następnie numeryczna diagonalizacja macierzy i na tej podstawie liczenie funkcji termodynamicznych. W ten sposób planuje zbadanie układów do 10, może kilkunastu węzłów sieci. W zależności od zaangażowania licencjata, możliwa jest kontynuacja tematu - badanie dokładności niedawno wyprowadzonych oszacowań na energie swobodna modelu Hubbarda przez funkcje termodynamiczne modelu Falicova-Kimballa, i w przypadku pozytywnym badanie w ten sposób większych układów.

Od licencjata oczekuje znajomości podstaw mechaniki kwantowej i statystycznej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

5. Zmienne grassmanowskie w dwuwymiarowym modelu Isinga

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

Technika całkowania po zmiennych grassmanowskich jest jedna z fundamentalnych w (fermionowej) teorii pola; jest też bardzo użyteczna w przypadku sieciowych modeli

spinowych. Celem pracy będzie zaznajomienie się z tą techniką i otrzymanie przy jej użyciu ścisłego rozwiązania dwuwymiarowego modelu Isinga. W przypadku dużego zaangażowania licencjata, możliwa jest kontynuacja tematyki: poznanie ścisłej metody grupy renormalizacyjnej dla modeli spinowych, gdzie całkowanie po zmiennych grassmanowskich jest podstawa.

Oczekiwane umiejętności: Dobre opanowanie kursów algebry i analizy oraz elementów mechaniki statystycznej.

6. Technika odbiciowej dodatniości w wersji spinowej ("spin reflection positivity") w zastosowaniu do modeli Hubbarda

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

7. Relacja pomiędzy kwantowymi układami d -wymiarowymi a $(d+1)$ wymiarowymi układami klasycznymi poprzez związek Lie-Trottera-Suzukiego

Opiekun: dr hab. Jacek Wojtkiewicz

8. Transformacja fundamentalna dla równań różniczkowych i różnicowych

Opiekun: dr Maciej Nieszporski

W 1915 Hans Jonas podał transformację, która znajduje dziś szerokie zastosowanie w rozwiązywaniu pewnych nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych. Zapoznanie się z tą transformacją, poznanie jej pewnych uogólnień i/lub konstrukcja tej transformacji dla pewnej klasy równań różnicowych będą celami tej pracy licencjackiej. Zachęcam szczególnie studentów zainteresowanych nieliniowymi aspektami modeli fizycznych.

9. Unitarność w teorii rozpraszania

Opiekun: prof.dr hab. Jan Dereziński

Podstawowe pojęcia i rezultaty w teorii rozpraszania wielu ciał w mechanice kwantowej (temat wstępnie zarezerwowany)

10. Harmoniki sferyczne w 4 wymiarach i wielomiany Jacobiego

Opiekun: prof.dr hab. Jan Dereziński

Uogólnienie formalizmu harmonik sferycznych z 3 wymiarów na 4 wymiary przy użyciu podwójnych współrzędnych sferycznych.

11. Funkcje subaddytywne

Opiekun: prof.dr hab. Jan Dereziński

Analiza pojęcia powłoki subaddytywnej, motywowanego przez własności spektrum wzbudzeń układów nadciekłych. Napisanie programu do obliczania powłoki subaddytywnej dla danej funkcji.

12. Konforemne tensory Yano-Killinga:

- a) Kerr-NUT-AdS i CYK tensory (np. licencjat: CYK-i dla AdS w wyższych wymiarach 3-formy dla $D=5$ i 6)
- b) Strong asymptotic flatness -- warunki dostateczne na istnienie ACYK tensorów dla metryk stacjonarnych.
- ad. CYK tensory są uogólnieniem pól Killinga i mają wiele zastosowań.

Opiekun: dr hab. Jacek Jezierski, prof. UW

13. Matematyczne aspekty fal grawitacyjnych w zlinearyzowanej teorii Einsteina

- a) Cechowanie niezmiennika podłużnego i jego peeling
- b) Uogólnić niezmienniki Regge-Wheeler-Zerilli na dowolną metrykę sferycznie symetryczną.

ad. Badania nad opisem fal grawitacyjnych w sposób niezależny od cechowania wciąż się rozwijają.

Opiekun: dr hab. Jacek Jezierski, prof. UW

14. Własności geometryczne horyzontu ekstremalnego Kerr'a.

ad. Ekstremalne czarne dziury (ze zdegenerowanymi horyzontami) wciąż są niezbadane do końca.

Opiekun: dr hab. Jacek Jezierski, prof. UW

15. Twierdzenie o dodatniości energii (dowód przy pomocy 2-par. rodziny krzywych)

ad. Nowy dowód ważnego twierdzenia w OTW.

Opiekun: dr hab. Jacek Jezierski, prof. UW

16. Xact software zastosować do obliczeń symbolicznych i sprawdzić pewne wzory, a potem zastosować do uogólnień.

ad. Pakiet do znanego programu Mathematica umożliwiający wydajniejsze obliczenia tensorowe.

Opiekun: dr hab. Jacek Jezierski, prof. UW

17. Układy jednorodne i zasada Jacobiego.

Opiekun. prof.dr hab. Paweł Urbański

18. Transformacja Legendre'a dla układów nieregularnych.

Opiekun. prof.dr hab. Paweł Urbański

19. Zasady wariacyjne i kontrola dysypatywnych układów statycznych.

Opiekun. prof.dr hab. Paweł Urbański

20. Równanie Hamiltona-Jacobiego i metoda Jacobiego jako część mechaniki lagranżowskiej.

Opiekun. prof.dr hab. Paweł Urbański

21. Formy i gestosci w elektrodynamice.

Opiekun. prof.dr hab. Paweł Urbański

22. Unitarne formy reprezentacji nieprzywiedlnych kwantowej grupy $SU(2)$

Opiekun: dr Piotr Sołtan

23. Niezmienniki ergodycznych działań $SqU(2)$ na skończenie wymiarowych algebrach

Opiekun: dr Piotr Sołtan

24. Skończenie wymiarowe koreprezentacje warkoczowych algebr Hopfa

Opiekun: dr Piotr Sołtan