

Jacek Wojtkiewicz

1. "Własności stanów podstawowych kwantowego modelu Heisenberga"

Temat już zajęty

Początek pracy - to zapoznanie się z kwantowym modelem Heisenberga i zasadniczymi znanymi faktami na jego temat. Następnym krokiem będzie wypisanie jawnego wyrażenia na macierz hamiltonianu modelu oraz implementacja numeryczna tej5e, a następnie liczenie numeryczne najniższych energii stanu podstawowego i odpowiadającego jej wektora własnego, a stad - funkcji korelacji. Badane byłyby układy do dwudziestu kilku węzłów.

W zależności od zaangażowania licencjanta, możliwa jest kontynuacja tematu - badanie większych układów metodami wariacyjnymi (tzw. Metoda pokryć dimerowych i jej modyfikacje), po sprawdzeniu dokładności tych metod na małych układach.

Techniki obliczeniowe dla takich układów są stosowane w nanotechnologii -- w badaniu nanodrutów i kropek kwantowych.

Od licencjanta oczekuje znajomości podstaw mechaniki kwantowej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

2. "Własności krytyczne modelu Isinga i ich uniwersalność: metoda numerycznej diagonalizacji"

Początek pracy - to poznanie ścisłego rozwiązania modelu Isinga (w 1 i 2 wymiarach) i otrzymanych na tej podstawie funkcji termodynamicznych. Następnym krokiem będzie odtworzenie tych wielkości przez numeryczna diagonalizacje macierzy przejścia. Dalej planuje analogiczne zbadanie termodynamiki modeli Isinga, dla których nie jest znane ścisłe rozwiązanie (modele z dalszym oddziaływaniem, model o spinie 1). Badane byłyby głównie własności krytyczne pod kątem zgodności z (ciągle jeszcze) hipoteza uniwersalności.

Od licencjanta oczekuje znajomości podstaw mechaniki statystycznej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

3. "Własności krytyczne dwuwymiarowego modelu Isinga i ich uniwersalność: metoda Monte Carlo"

Zakres problemów byłby podobny, jak powyżej, inna jednakże byłaby metoda badania,

a mianowicie symulacja Monte Carlo (losowe próbkowanie przestrzeni stanów i na tej podstawie wnioskowanie o własnościach układu). Metoda Monte Carlo jest jedną z najbardziej uniwersalnych metod w mechanice statystycznej, mających szereg zastosowań także w innych gałęziach wiedzy (ekonofizyka, rynki finansowe). W przypadku dużego zaangażowania licencjanta, można się pokusić o przeniesienie kodu numerycznego na karty graficzne z serii NVidia (tzw. oprogramowanie CUDA), co pozwoliłoby nawet na kilkudziesięciokrotne przyspieszenie symulacji, a efektem ubocznym byłoby poznanie architektury karty graficznej i praktyczne zaznajomienie się z obliczeniami przy jej użyciu (do wykorzystania nie tylko w obliczeniach numerycznych, ale i w tworzeniu grafiki oraz gier komputerowych).

Od licencjanta oczekuje znajomości podstaw mechaniki statystycznej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

4. "Termodynamika modelu Hubbarda"

Początek pracy - to poznanie modelu Hubbarda i zasadniczych faktów go dotyczących. Następny krok - to wypisanie jawnego wyrażenia na macierz hamiltonianu modelu i numeryczna implementacja tejże, a następnie numeryczna diagonalizacja macierzy i na tej podstawie liczenie funkcji termodynamicznych. W ten sposób planuje zbadanie układów do 10, może kilkunastu węzłów sieci.

W zależności od zaangażowania licencjanta, możliwa jest kontynuacja tematu - badanie dokładności niedawno wyprowadzonych oszacowań na energie swobodną modelu Hubbarda przez funkcje termodynamiczne modelu Falicova-Kimballa, i w przypadku pozytywnym badanie w ten sposób większych układów. Od licencjanta oczekuje znajomości podstaw mechaniki kwantowej i statystycznej oraz znajomości języka programowania C lub C++.

5. "Zmienne grassmanowskie w dwuwymiarowym modelu Isinga."

Technika całkowania po zmiennych grassmanowskich jest jedna z fundamentalnych w (fermionowej) teorii pola; jest też bardzo użyteczna w przypadku sieciowych modeli spinowych. Celem pracy będzie zaznajomienie się z tą techniką i otrzymanie przy jej użyciu ścisłego rozwiązania dwuwymiarowego modelu Isinga. W przypadku dużego zaangażowania licencjanta, możliwa jest kontynuacja tematyki: poznanie ścisłej metody grupy renormalizacyjnej dla modeli spinowych, gdzie całkowanie po zmiennych grassmanowskich jest podstawa. Oczekiwane umiejętności: Dobre opanowanie kursów algebry i analizy oraz elementów mechaniki statystycznej.

6. "Technika odbiciowej dodatniości w wersji spinowej ("spin reflection positivity") w zastosowaniu do modeli Hubbarda. "

7. "Relacja pomiędzy kwantowymi układami d-wymiarowymi a (d+1)-wymiarowymi układami klasycznymi poprzez związek Lie-Trottera-Suzukiego."

Jan Dereziński

1. "Badanie asymptotyki wielomianów Hermita metoda punktu siodłowego" (temat zarezerwowany)

Temat ten ilustruje semiklasyczne zachowanie funkcji własnych oscylatora harmonicznego dla dużych liczb kwantowych. Otrzymujemy rejon "klasycznie dozwolony" i "klasycznie zabroniony".

2. "Harmoniki sferyczne w 4 wymiarach i wielomiany Jacobiego"

Uogólnienie formalizmu harmonik sferycznych z 3 wymiarów na 4 wymiary przy użyciu podwójnych współrzędnych sferycznych.

3. "Funkcje subaddytywne"

Analiza pojęcia powłoki subaddytywnej, motywowanego przez własności spektrum wzbudzeń układów nadciekłych. Ewentualnie, może wiązać się z napisaniem programu do obliczania powłoki subaddytywnej dla danej funkcji.

4."Badanie asymptotyki wielomianów Laguerre metodą punktu siodłowego"

Temat ten ilustruje semiklasyczne zachowanie funkcji własnych wielowymiarowego oscylatora harmonicznego dla dużych liczb kwantowych. Otrzymujemy rejon :klasycznie dozwolony" i „klasycznie zabroniony”.

5."Całki po trajektoriach ze ścisłego punktu widzenia"

Całkowanie po trajektoriach jako ścisłe narzędzie matematyczne.

6."Przybliżenie semiklasyczne mechaniki kwantowej"

Różne podejścia do granicy semiklasycznej, jej sens geometryczny, analityczny i fizyczny.

Jacek Jezierski

- 1. Horyzonty ekstremalne (temat zarezerwowany)**
- 2. Równanie Riccatiego w kontekście powierzchni zerowych**
- 3. Kerr-NUT-AdS i CYK tensory**
- 4. Cechowanie niezmiennika podłużnego i jego peeling**
- 5. Xact software zastosować do obliczeń symbolicznych i sprawdzić pewne wzory, a potem zastosować do uogólnień.**
- 6. Uogólnić niezmienniki Regge-Wheeler-Zerilli na dowolną metrykę sferycznie symetryczną.**
- 7. Własności geometryczne horyzontu ekstremalnego Kerra.**

Maciej Nieszporski

1. Równanie Riccatiego, jego linearyzacja i uogólnienie na wiele pól

Równanie Riccatiego jest przykładem równania różniczkowego zwyczajnego nieliniowego, którego rozwiązywanie można sprowadzić do rozwiązywania równania liniowego (lub układu równań liniowych). Zadaniem licencjatu będzie, po pierwsze prześledzenie konsekwencji faktu „linearyzowalności” równania Riccatiego, po drugie wskazanie jego zastosowań w szczególności roli w teorii nieliniowych układów całkowitych.

Paweł Urbański

- 1. Układy jednorodne i zasada Jacobiego.**
- 2. Transformacja Legendre'a dla układów nieregularnych.**
- 3. Zasady wariacyjne i kontrola dysypatywnych układów statycznych.**
- 4. Równanie Hamiltona-Jacobiego i metoda Jacobiego jako część mechaniki lagranżowskiej.**
- 5. Formy i gęstości w elektrodynamice.**

Piotr Sołtan

1. Moduły hilbertowskie, rozszerzenie teorii przestrzeni Hilberta

Przedstawienie teorii modułów hilbertowskich nad C^* -algebrami i wskazanie podobieństw i istotnych różnic między modułami hilbertowskimi, a przestrzeniami Hilberta. Uogólnienie pewnych faktów z teorii operatorów na przypadek modułów hilbertowskich.

2. Kwantowe przestrzenie odwzorowań i kwantowe grupy permutacji

Przestrzenie kwantowe to obiekty, których geometrie opisują nieprzemienne algebry. Wiele ciekawych przykładów takich przestrzeni powstaje jako tak zwane kwantowe przestrzenie odwzorowań. Praca powinna przedstawić kilka przykładów takich obiektów i zbadać ich niektóre własności.

3. Proste przykłady trojek spektralnych

Trójki spektralne są nieprzemiennymi uogólnieniami różniczkowalności riemannowskich. Dzięki bardzo ogólnemu językowi opisu takich obiektów, ciekawe przykłady można otrzymać już w bardzo prostych (np. skończenie wymiarowych) przypadkach. Praca ma na celu przedstawienie kilku takich przykładów i ich elementarną analizę.

4. Algebra operatorów Toeplitza

Teoria operatorów Toeplitza jest standardowym elementem teorii operatorów nadprzestrzeni Hilberta i teorii funkcji. Celem pracy jest opis algebry tych operatorów i jej własności.

Paweł Kasprzak

1. Warunki Vaesa dla grup klasycznych

Warunki Vaesa podają charakteryzację algebry funkcji ciągłych znikających w nieskończoności na kwantowej przestrzeni jednorodnej. Odzwierciedlają one zachowanie się tej algebry ze względu na branie iloczynu krzyżowego działania kwantowej grupy. Celem pracy jest bezpośrednie sprawdzenie tych warunków dla klasycznych przestrzeni jednorodnych.

2. Deformacja Rieffela jako funktor

Deformacja Rieffela jest procedurą pozwalającą deformować przestrzeń z działaniem grupy klasycznej. Celem pracy jest opisanie tej procedury w języku teorii kategorii.

3. Kwantowe przestrzenie jednorodne otrzymane metodą deformacji Rieffela

Celem tej pracy jest zastosowanie deformacji Rieffela do przestrzeni jednorodnych pojawiających się w fizyce takich jak stożek świetlny czy hiperboloida masowa.

4. Deformacja Rieffela ko działań grup klasycznych

Deformacja Rieffela jest procedurą pozwalającą deformować przestrzeń z działaniem grupy klasycznej. Celem pracy jest rozszerzenie procedury do kategorii G - C^* -algebr gdzie G jest grupą kwantową.