

Dr hab. Andrzej Grudka, prof. UAM
Wydział Fizyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 31 sierpnia 2014

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Jana Kołodyńskiego pt. „Precision bounds in noisy quantum metrology”

Jednym z najważniejszych problemów nauki jest sposób wykonywania pomiarów. Nauka temu poświęcona nazywa się metrologią. Ponieważ aparatura pomiarowa jest układem fizycznym dokładność uzyskanych wyników będzie zależała od ograniczeń, jakie na sposób wykonywania pomiarów nakładają prawa fizyki. Te z kolei na podstawowym poziomie są opisywane przez mechanikę kwantową. Podstawowe ograniczenie na dokładność wykonywanych pomiarów nakłada zasada nieoznaczoności Heisenberga. Jeżeli do estymacji danego parametru wykorzystuje się N niesplątanych cząstek wtedy dolne ograniczenie na średni błąd kwadratowy skaluje się jak $1/N$. Natomiast, jeśli dopuścimy splątanie między cząstkami, wtedy ograniczenie to skaluje się jak $1/N^2$. Niestety ograniczenie na średni błąd kwadratowy zostało wyprowadzone przy założeniu, że w układzie pomiarowym nie występuje szum, co praktycznie nie jest możliwe. Znalezieniu ograniczeń na dokładność pomiarów w przypadku, kiedy występuje szum, jest poświęcona rozprawa doktorska mgr. Jana Kołodyńskiego. Przejdę teraz do jej omówienia i oceny.

Rozprawa liczy 135 stron i składa się z sześciu rozdziałów, 10 dodatków (w których przedstawiono obliczenia nie wymagane do ogólnego zrozumienia pracy, ale wartościowe dla specjalistów) i bibliografii.

Pierwszy rozdział krótko wprowadza czytelnika w tematykę rozprawy. Następny rozdział poświęcony jest omówieniu podstawowych pojęć mechaniki kwantowej i informatyki kwantowej. Autor wprowadza również kanały kwantowe, które opisują działanie szumu na układ i omawia ich własności. Kanały te mają duże znaczenie w metrologii kwantowej. Do rozdziału tego mam jedną uwagę krytyczną. Na str. 11 autor pisze „...and define an N -particle quantum state to be fully separable – or equivalently classically correlated – if and only if it may be written in the form...” Uważam, że stanu tego nie można nazywać klasycznie skorelowanym ponieważ stan zapisany w tej formie może zawierać kwantowe korelacje, o czym świadczą prace poświęcone dyskordowi kwantowemu. Podobne niedociągnięcie znajduje się również w kolejnym rozdziale na str. 56.

Rozdział trzeci poświęcony jest szczegółowemu omówieniu ograniczeń na estymację parametrów. Autor najpierw omawia ograniczenia wynikające z teorii klasycznej a następnie omawia ograniczenia wynikające z teorii kwantowej. Omawia też dwa podejścia do problemu – częstotliwościowe i Bayesowskie. W pierwszym z nich zakłada się, że estymowany parametr jest zmienną deterministyczną o ustalonej wartości, a w drugim, że estymowany parametr jest zmienną losową. Podstawowym pojęciem jest (kwantowa) informacja Fishera, która występuje w (kwantowym) ograniczeniu Cramera i Rao na średni błąd kwadratowy. Dalsza część rozprawy jest poświęcona znalezieniu ograniczeń na informację Fishera. Mgr

Kołodzyński pięknie ilustruje omawiane zagadnienia na przykładzie estymacji fazy operatora unitarnego za pomocą interferometru Macha-Zehndera. Uważam, że rozdział może być znakomitym przewodnikiem dla osoby chcącej poważnie zająć się metrologią kwantową. Mam jedną drobną uwagę krytyczną do tego rozdziału. Na stronie 58 autor pisze „consider a quantum channel, $H \oplus H \rightarrow H$, with two Kraus operators that respectively project a given state onto the subspaces $1/2 \dots$ ” Zdanie to sugeruje, że operatory Krausa są operatorami rzutowymi, co nie jest prawdą.

Najważniejszym wynikiem rozprawy poświęcone są dwa kolejne rozdziały. W rozdziale 4 mgr Kołodzyński rozważa estymację kanałów kwantowych o jednym estymowanym parametrze – kanały takie pojawiają się na przykład przy estymacji fazy operatora unitarnego w obecności szumu. Autor podaje szereg ograniczeń na kwantową informację Fishera w przypadku estymacji pojedynczego kanału i N kanałów równoległych. Zwłaszcza ten drugi przypadek jest interesujący, ponieważ pozwala on na pełne wykorzystanie splątania kwantowego. Mgr Kołodzyński przeprowadził obliczenia dla czterech najważniejszych kanałów kwantowych – defazującego, depolaryzującego, stratnego i opisującego wpływ emisji spontanicznej. Najistotniejszym wynikiem jest pokazanie, że asymptotyczna kwantowa informacja Fishera jest ograniczona przez stałą zależną tylko od parametru szumu, a co za tym idzie w obecności szumu dolne ograniczenie na średni błąd kwadratowy skaluje się jak $1/N$, nawet jeśli dopuścimy splątanie między cząstkami (por. Tabela 4.2). Autor stosuje otrzymane ograniczenia do estymacji częstości w spektroskopii atomowej oraz do estymacji parametru opisującego siłę dekoherencji. Na zakończenie tego fragmentu chciałbym dodać, że przedstawione obliczenia świadczą o biegłości doktoranta w posługiwaniu się zaawansowanymi metodami matematycznymi.

Rozdział 5 jest poświęcony estymacji fazy operatora unitarnego za pomocą interferometru Macha-Zehndera przy uwzględnieniu strat fotonów. Podobnie jak dla kanałów rozważanych w poprzednim rozdziale mgr Kołodzyński znalazł ograniczenia na średni błąd kwadratowy oraz funkcję kosztu. Ograniczenia tak jak te przedstawione w rozdziale 4 skalują się jak $1/N$. Poza ograniczeniami autor znajduje również optymalne stany wielofotonowe wykorzystywane do estymacji. Na podstawie tego rozdziału można wysunąć wniosek, że doktorant dobrze posługuje się metodami optyki kwantowej. Ostatni rozdział rozprawy krótko podsumowuje otrzymane wyniki i stawia kilka pytań otwartych.

Mam jedną uwagę krytyczną, która dotyczy kilku fragmentów doktoratu. Doktorant niewłaściwie używa słowa definicja. Słowa tego używa on zarówno w odniesieniu do definicji jak i twierdzeń. Na str. 17 czytamy „Definition 2.1 (Stinespring dilation theorem)”!? Na stronie 25 słowo definicja jest użyte właściwie, ale już na stronie 26 nie. Wygląda na to, że jeżeli autor nie podaje dowodu jakiegoś twierdzenia to nazywa je definicją, a jeżeli podaje dowód (tak jak w dodatkach) to nazywa je twierdzeniem. Należy jednak podkreślić, że ogólnie rozprawa jest napisana bardzo starannie.

Podsumowując pragnę stwierdzić, że mgr Jan Kołodzyński otrzymał wiele interesujących wyników, które zostały opublikowane w czterech artykułach (jeden artykuł ukazał się w bardzo prestiżowym czasopiśmie *Nature Communications*) i – co ważne – dostrzeżone przez światowych ekspertów (artykuły mimo krótkiego czasu, jaki upłynął od ich opublikowania doczekały się 80 cytowań). Przedstawiona rozprawa doktorska spełnia wszystkie ustawowe i zwyczajowe kryteria stawiane rozprawom doktorskim (Ustawa z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki). Wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Ponadto ze względu na fakt, że najważniejszy wynik autora (mówiący, że asymptotyczna kwantowa informacja Fishera jest ograniczona przez stałą zależną tylko od parametru szumu) ma fundamentalne znaczenie dla metrologii kwantowej, wnoszę o wyróżnienie rozprawy.

Andrzej Grudka