

Recenzja pracy doktorskiej mgra Jana Kołodyńskiego

„Precision bounds in noisy quantum metrology”

Praca doktorska mgra Jana Kołodyńskiego poświęcona jest nowej dziedzinie badań w ramach fizyki kwantowej zwanej metrologią kwantową. W dużym uproszczeniu zajmuje się ona analizą teoretycznych i eksperymentalnych technik pozwalających na istotne zwiększenie precyzji pomiarowej przy wykorzystaniu praw fizyki kwantowej. Metrologia kwantowa wyznacza zatem ograniczenia jakie narzucają prawa fizyki kwantowej na dokładność pomiarów fizycznych. Przykładem takiego prawa jest chociażby zasada nieoznaczoności Heisenberga. Metrologia kwantowa w oczywisty sposób plasuje się na pograniczu kwantowej teorii informacji, teorii estymacji, metod statystycznych oraz nowoczesnych technologii kwantowych. Tematyka badawcza doktoranta wpisuje się zatem w ważny i aktualny nurt badań. Metrologia kwantowa odnotowała już spektakularne sukcesy w spektroskopii atomowej i interferometrii optycznej. Z oczywistych powodów stanowi również istotny element badań związanych z detekcją fal grawitacyjnych, gdzie precyzja detekcji odgrywa fundamentalną rolę.

Centralne twierdzenie graniczne implikuje, że błąd pomiaru skaluje się jak $1/\sqrt{N}$, gdzie N oznacza liczbę pomiarów. W mechanice kwantowej takie ograniczenie precyzji pomiaru znane jest jako *Standard Quantum Limit*. Mechanika kwantowa pozwala uzyskać większą precyzję jeśli w procedurze pomiarowej wykorzystamy stany kwantowe posiadające istotnie kwantowe korelacje, np. kwantowe splątanie. Okazuje się, że *Standard Quantum Limit* nie jest wtedy fundamentalnym ograniczeniem. Naturalnym ograniczeniem zgodnym z zasadą nieoznaczoności Heisenberga jest tzw. *Heisenberg limit*, dla którego błąd pomiaru skaluje się jak $1/N$. Kluczowy problem postawiony przez doktoranta to: **jakie są ograniczenia na precyzję pomiaru w obecności szumu.**

Praca doktorska mgra Jana Kołodyńskiego to imponujące dzieło zarówno pod względem objętości (ponad 130 stron), jak i wagi prezentowanych wyników. Praca napisana w języku angielskim podzielona jest na 6 rozdziałów. Zawiera ponadto 10 technicznych dodatków i opatrzona jest obszerną bibliografią. Nie mam wątpliwości, że wejdzie ona do kanonu literatury na temat metrologii kwantowej.

Zgrabnie napisany wstęp przytacza krótką historię klasycznej i kwantowej metrologii oraz przedstawia plan całej pracy. W rozdziale 2 autor wprowadza niezbędny aparat matematyczny: stany splątane, kanały kwantowe, twierdzenie Stinespringa i reprezentację Krausa oraz elementy teorii układów otwartych. Istotnym elementem jest dyskusja zagadnienia ekstremalności kanału i wprowadzenie pojęcia kanału ϕ -ekstremalnego, gdzie przez ϕ rozumiemy parametr fizyczny (np. fazę), który mamy wyznaczyć. Pojęcie to, wprowadzone w pracy R. Demkowicz-Dobrzański, J. Kołodyński, M. Guta, *Nature Communications* 2013, jest naturalnym uogólnieniem zwykłej ekstremalności i odgrywa istotną rolę w dalszych rozważaniach. Doktorant zilustrował ϕ -ekstremalność znanymi kanałami qubitowymi: kanały defazujący i depolaryzujący nie są ϕ -ekstremalne natomiast

kanal „qubit $\rightarrow$ qutrit” reprezentujący utratę cząstki oraz kanał odpowiedzialny za emisję spontaniczną qubitu są ϕ -ekstremalne.

Rozdział 3 stanowi wprowadzenie do klasycznej i kwantowej teorii estymacji. Autor wprowadza informację Fishera i jej kwantowe uogólnienie oraz dyskutuje fundamentalne ograniczanie na precyzję estymacji wynikające z twierdzenia Cramera-Rao. Prezentowane są zarówno tzw. podejście „częstościowe” jak i Bayesowskie, które następnie zastosowane są w problemie estymacji fazy w interferometrze Macha-Zendera. Przykład ten pokazuje jak użycie kwantowych stanów splątanych pozwala zwiększyć precyzję estymacji zastępując *Standard Quantum Limit* typu $1/\sqrt{N}$ przez *Heisenberg Limit* typu $1/N$.

Rozdział 4 zawiera najważniejsze wyniki pracy. Autor analizuje problem estymacji w obecności nieskorelowanego szumu. Mgr Kołodyński pokazał, że nawet obecność infinitesimalnie małego szumu wymusza asymptotycznie (tzn. w granicy gdy liczba cząstek zmierza do nieskończoności) skalowanie precyzji pomiaru zgodnie ze *Standard Quantum Limit*. Dodatkowo autor pokazał jak uogólnić otrzymane wyniki dla przypadku skończonej liczby cząstek. Ten przypadek poddaje się analizie numerycznej z wykorzystaniem *semi-definite programming*, które to stało się standardowym narzędziem w analizie wielu problemów związanych z obecnością korelacji kwantowych. Kluczowym elementem analizy są własności kanału kwantowego, który koduje szum występujący w eksperymencie. Mgr Kołodyński pokazuje jak powiązać własności geometryczne kanału kwantowego z procedurami klasycznej i kwantowej symulacji kanału oraz rozszerzeniem kanału. Procedury te pozwalają wyprowadzić ograniczenia na kwantową informację Fishera, a tym samym na precyzję estymacji. Φ -ekstremalność kanału wprowadzona w Rozdziale 3 odgrywa w tej analizie fundamentalną rolę. Wyprowadzone są odpowiednie ograniczenia na precyzję pomiaru, które następnie zilustrowane są typowymi kanałami qubitowymi kodującymi szum. Wyniki zaprezentowane w tym rozdziale zasługują na duże uznanie. Praca, w której zostały opublikowane była już wielokrotnie cytowana (73 cytowania w Google Scholar).

Rozdział 5 zawiera interesującą analizę interferometru Macha-Zendera w przypadku szumu polegającego na utracie fotonów. Rozdział 6 zawiera podsumowanie i perspektywy dalszych badań.

Bibliografia jest również imponująca i stanowi cenne źródło dla wszystkich zainteresowanych zagadnieniami metrologii. Moim zdaniem jej wartość byłaby jeszcze większa gdyby autor zamieścił również tytuły cytowanych prac oraz ponumerował poszczególne pozycje. Warto może dodać, że pewne aspekty geometryczne analizowane np. w Rozdziale 3 były dyskutowane wcześniej w zagadnieniach związanych z fazą geometryczną w mechanice kwantowej, np. w pracy J. Anandan and Y. Aharonov, *Geometry of quantum evolution*, Phys. Rev. Lett., **65**, 1697 (1990).

Warto również pochwalić dużą liczbę rysunków i tabel, które stanowią dobrą ilustrację poruszanych zagadnień. Cenny jest również bogaty spis używanych skrótów. Zabrakło na tej liście skrótu QCRB = Quantum Cramer-Rao Bound.

Praca jest napisana z dużą starannością. Zauważyłem jedynie kilka drobnych literówek: np. „Stinepring” na str. 16, „Linblad” na str. 18, a na str. 54 autor użył iloczynu Kartezjańskiego zamiast tensorowego. Autor wykazał się również wysoką kulturą matematyczną. Znalazłem jedynie kilka drobnych uchybień: np. w definicji operatora gęstości autor używa przestrzeni $B(H)$ operatorów ograniczonych. W ogólności operator gęstości jest elementem przestrzeni

Banacha $T(H)$ operatorów klasy śladowej. Oczywiście w przypadku skończenie-wymiarowym $B(H)=T(H)$. Podobnie kanały kwantowe działają między przestrzeniami $B(H)$. W ogólności kanał kwantowy działa między przestrzeniami $T(H)$. Zachowywanie śladu jest wtedy naturalnym warunkiem. Odwzorowanie dualne do kanału kwantowego działa między przestrzeniami $B(H)$. $B(H)$ jest C^* -algebrą z identycznością i naturalnym warunkiem dla odwzorowania dualnego jest zachowywanie identyczności. To rozróżnienie jest bezprzedmiotowe w przypadku skończenie-wymiarowym. Z kolei w równaniu (2.24) definiującym tzw. izomorfizm Choi-Jamiołkowskiego odwzorowanie Λ nie musi być kanałem kwantowym ale dowolnym odwzorowaniem liniowym. Wtedy Ω_Λ jest operatorem żyjącym na iloczynie tensorowym przestrzeni Hilberta niekoniecznie dodatnio określonym. Te drobne uwagi w żaden sposób nie wpływają na moją ocenę pracy.

Ocena końcowa: Praca doktorska mgra Jana Kołodyńskiego jest pracą wybitną. Uważam, że z dużym nadmiarem spełnia ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane pracom doktorskim. Doktorant postawił szereg ambitnych problemów i uzyskał bardzo ciekawe rezultaty. Doktorant jest współautorem sześciu publikacji w renomowanych pismach z dziedziny. Publikacje te zawierają wyniki prezentowane w pracy doktorskiej. Miałem również okazję słuchać wystąpień doktoranta na międzynarodowych konferencjach naukowych. Zarówno jego publikacje jak i wygłaszane referaty świadczą o głębokiej wiedzy teoretycznej, znakomitym warsztacie badawczym oraz dużej samodzielności naukowej. Bez wątpienia mgr Kołodyński jest obecnie jednym z ekspertów metrologii kwantowej. Wnoszę o dopuszczenie pana mgra Jana Kołodyńskiego do dalszego etapu przewodu doktorskiego. Uważam, że jego praca doktorska w pełni zasługuje na wyróżnienie.

Toruń, 21 sierpnia 2014



prof. dr hab. Dariusz Chruściński

