

Spin-foam dynamics of Loop Quantum Gravity states

Marcin Kisielowski

Streszczenie

Przedmiotem badań prezentowanych w mojej rozprawie doktorskiej jest dynamika stanów pętlowej kwantowej grawitacji zdefiniowana przez pianowo-spinowe modele euklidesowej czterowymiarowej kwantowej grawitacji. Związek pomiędzy czterowymiarowymi teoriami pian spinowych a kinematyką pętlowej kwantowej grawitacji został zaproponowany przez J. Engle'a, R. Pereirę, C. Rovelliego i E. Livine'a [1]. Ich model, nazywany modelem EPRL, jest dobrze zapowiadającym się kandydatem na pianowo-spinowy model dynamiki stanów pętlowej kwantowej grawitacji. W pierwotnym sformułowaniu model EPRL jest zdefiniowany dla triangulacji czasoprzestrzeni i może być stosowany tylko dla pewnych stanów pętlowej kwantowej grawitacji. Uogólnienie modelu do wszystkich stanów zostało zaproponowane w [2] przez J. Lewandowskiego, W. Kamińskiego i przeze mnie. Pewne własności uogólnionego modelu zostały zbadane w [2, 3, 4, 5]. W szczególności w [5] została zaproponowana ogólna metoda badania symetrii modeli pian spinowych. Głównym elementem zaproponowanego uogólnienia jest uogólniona amplituda wierzchołka EPRL. E. Bianchi, D. Regoli i C. Rovelli zaproponowali inny pianowo-spinowy model czterowymiarowej kwantowej grawitacji z uogólnioną amplitudą wierzchołka EPRL [6]. E. Bianchi, C. Rovelli i F. Vidotto zastosowali model [6] w celu skonstruowania pierwszego modelu kwantowej kosmologii opartego na formalizmie pian spinowych [7]. Stosując pewne przybliżenia, obliczyli amplitudę przejścia pomiędzy stanami koherentnymi, skupionymi na jednorodnych, izotropowych geometriach. Zastosowane przybliżenia były uzasadnione a posteriori poprzez poprawną granicę semi-klasyczną amplitudy przejścia. Jednym z zastosowanych przybliżeń było obcięcie amplitudy przejścia do wkładu pochodzącego od jednej piany mającej jeden wierzchołek wewnętrzny, cztery wewnętrzne krawędzie i pewien brzeg, którą będziemy nazywać pianą BRV. F. Hellmann przedyskutował wkłady od innych pian, które nie mogą zostać odrzucone a priori [8]. Wszystkie możliwe piany z tymi własnościami zostały znalezione w [9] przez J. Lewandowskiego, J. Puchtę i przeze mnie. Klasa rozważanych pian została zdefiniowana przez diagramy grafowe, które wprowadziliśmy w [10]. Spodziewamy się, że wkłady od znalezionych pian mogą zostać zaniedbane w granicy dużych rozmiarów wszechświata.

W rozdziale 1 prezentuję konstrukcję stanów pętlowej kwantowej grawitacji i wprowadzam formalizm pian spinowych. Nie rozważam w mojej rozprawie sprzężeń z materią, dlatego jako przestrzeń Hilberta stanów pętlowej kwantowej grawitacji przyjmuję kombinatoryczną przestrzeń Hilberta [11].

W rozdziale 2 krótko podsumowuję stan badań nad pianowo-spinowymi modelami czterowymiarowej kwantowej grawitacji przed rozpoczęciem moich badań oraz główne wyniki mojej rozprawy doktorskiej.

W rozdziale 3 definiuję i porównuję dwa modele uogólniające model EPRL. Najpierw prezentuję

uogólnione splatacze EPRL i uogólnione amplitudy wierzchołków EPRL, które zostały skonstruowane w [2] przez W. Kamińskiego, J. Lewandowskiego i przeze mnie. Następnie prezentuję dwa wyżej wspomniane modele. Na końcu porównuję oba modele.

Splatacze EPRL są z definicji indeksowane tensorami niezmienniczymi ze względu na działanie grupy $SU(2)$ (splataczami $SU(2)$). Odwzorowanie z przestrzeni splataczy $SU(2)$ w przestrzeń splataczy $Spin(4)$ przyporządkowujące splataczowi $SU(2)$ odpowiadający mu splatacz EPRL jest liniowe. Będzie nazywane odwzorowaniem EPRL, a obraz tego odwzorowania będzie nazywany przestrzenią splataczy EPRL. W rozdziale 4 pokazuję, że odwzorowanie EPRL jest iniektywne, jeśli jego przeciwdziedzina jest nietrywialna. Prezentuję również przykład odwzorowania EPRL, które nie jest izometrią. Prezentowane wyniki zostały uzyskane przez J. Lewandowskiego, W. Kamińskiego i przeze mnie. Zostały opublikowane w [2, 3, 4].

Odwzorowanie EPRL może przyporządkowywać bazie ortonormalnej bazę nieortonormalną. W rezultacie występuje pewna niejednoznaczność w definicji sumy po splataczach: w modelu [6] suma jest po ortonormalnej bazie splataczy $SU(2)$, natomiast w modelu [2] suma jest po bazie splataczy EPRL ortonormalnej w naturalnym iloczynie skalarnym w przestrzeni splataczy $Spin(4)$. W rozdziale 5 przedstawiam podejście do pian spinowych, w którym zamiast przypisywania splataczy krawędziom wewnętrznym piany i sumowania po nich, krawędziom wewnętrznym przypisuje się pewne operatory. Podejście to jest nazywane operatorowymi pianami spinowymi [5]. Badam ruchy na operatorowych pianach spinowych pozwalające na zmianę orientacji i zagęszczanie operatorowych pian spinowych. Model [2] jest symetryczny ze względu na te ruchy, natomiast model [6] nie jest symetryczny. Rozdział ten jest oparty na artykule napisanym przez B. Bahra, F. Hellmanna, W. Kamińskiego, J. Lewandowskiego i przeze mnie, opublikowanym w [5].

W rozdziale 1 piany są zdefiniowane jako pewne zorientowane kawałkami-liniowe dwu-kompleksy. Jednakże kompleksy te odwołują się do zbędnej struktury afinicznej, która jest niezgodna z dyfeomorficzną niezmienniczością ogólnej teorii względności. W rozdziale 6 przedstawiam inną klasę pian, wprowadzoną w [10] przez J. Lewandowskiego, J. Puchtę i przeze mnie, zdefiniowaną kombinatorycznie przy użyciu pewnych diagramów, które nazywamy diagramami grafowymi. Dla każdego diagramu grafowego konstruuje odpowiadającą mu pianę i graf brzegowy, które są zorientowanymi CW-kompleksami. Definiuję operatorowe sieciowo-spinowe diagramy jako diagramy grafowe z odpowiednim kolorowaniem. Każdemu operatorowemu sieciowo-spinowemu diagramowi odpowiada operatorowa piana spinowa. Pokazuję, że konstrukcja operatorowej piany spinowej, odpowiadającej operatorowemu sieciowo-spinowemu diagramowi, nie jest konieczna do obliczania pianowo-spinowego operatora, a zatem nie jest konieczna do obliczania amplitud przejścia. Pianowo-spinowy operator może być odczytany bezpośrednio z operatorowego sieciowo-spinowego diagramu. W rezultacie formalizm operatorowych sieciowo-spinowych diagramów może być stosowany niezależnie od formalizmu pian spinowych. Właśnie tę techniczną zaletę stosuję w następnym rozdziale.

W rozdziale 7 konstruuje wszystkie takie diagramy grafowe, że odpowiadające im piany mają jeden wierzchołek wewnętrzny, cztery wewnętrzne krawędzie i brzeg taki sam jak brzeg piany BRV. Omawiam wkłady do amplitudy przejścia, pochodzące od niektórych ze znalezionych diagramów grafowych. Pokazuję, że w granicy dużych rozmiarów wszechświata mogą być zaniedbane, w porównaniu do wkładu od piany BRV. Spodziewam się, że własność ta zachodzi dla każdego diagramu grafowego skonstruowanego w tym rozdziale. Rozdział ten jest oparty na pracy [9], którą napisałem wspólnie z J. Lewandowskim i J. Puchtą.

Literatura

- [1] J. Engle, E. Livine, R. Pereira, and C. Rovelli, “LQG vertex with finite Immirzi parameter,” *Nucl.Phys.* **B799** (2008) 136–149, [arXiv:0711.0146 \[gr-qc\]](#).
- [2] W. Kamiński, M. Kieselowski, and J. Lewandowski, “Spin-Foams for All Loop Quantum Gravity,” *Class.Quant.Grav.* **27** (2010) 095006, [arXiv:0909.0939 \[gr-qc\]](#).
- [3] W. Kamiński, M. Kieselowski, and J. Lewandowski, “The EPRL intertwiners and corrected partition function,” *Class.Quant.Grav.* **27** (2010) 165020, [arXiv:0912.0540 \[gr-qc\]](#).
- [4] W. Kamiński, M. Kieselowski, and J. Lewandowski, “The Kernel and the injectivity of the EPRL map,” *Class.Quant.Grav.* **29** (2012) 085001, [arXiv:1109.5023 \[gr-qc\]](#).
- [5] B. Bahr, F. Hellmann, W. Kamiński, M. Kieselowski, and J. Lewandowski, “Operator Spin Foam Models,” *Class.Quant.Grav.* **28** (2011) 105003, [arXiv:1010.4787 \[gr-qc\]](#).
- [6] E. Bianchi, D. Regoli, and C. Rovelli, “Face amplitude of spinfoam quantum gravity,” *Class.Quant.Grav.* **27** (2010) 185009, [arXiv:1005.0764 \[gr-qc\]](#).
- [7] E. Bianchi, C. Rovelli, and F. Vidotto, “Towards Spinfoam Cosmology,” *Phys.Rev.* **D82** (2010) 084035, [arXiv:1003.3483 \[gr-qc\]](#).
- [8] F. Hellmann, “On the Expansions in Spin Foam Cosmology,” *Phys.Rev.* **D84** (2011) 103516, [arXiv:1105.1334 \[gr-qc\]](#).
- [9] M. Kieselowski, J. Lewandowski, and J. Puchta, “One vertex spin-foams with the Dipole Cosmology boundary,” *Class.Quant.Grav.* **30** (2013) 025007, [arXiv:1203.1530 \[gr-qc\]](#).
- [10] M. Kieselowski, J. Lewandowski, and J. Puchta, “Feynman diagrammatic approach to spin foams,” *Class.Quant.Grav.* **29** (2012) 015009, [arXiv:1107.5185 \[gr-qc\]](#).
- [11] C. Rovelli, “A new look at loop quantum gravity,” *Class.Quant.Grav.* **28** (2011) 114005, [arXiv:1004.1780 \[gr-qc\]](#).