

dr hab. Rafał Demkowicz-Dobrzański
Instytut Fizyki Teoretycznej
Wydział Fizyki UW
ul. Pasteura 5, 02-093 Warszawa
demko@fuw.edu.pl

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Michała Oszmańca p.t. „Applications Of Differential Geometry and Representation Theory To Description Of Quantum Correlations”

Rozprawa doktorska mgr Michała Oszmańca dotyczy jednego z najistotniejszych zagadnień kwantowej teorii informacji, a mianowicie klasyfikacji oraz metod detekcji korelacji w stanach kwantowych. Należy podkreślić, że sformułowanie „korelacje kwantowe” zawarte w tytule ma w rozprawie bardzo szerokie znaczenie i wykracza daleko poza popularne pojęcie splątania kwantowego. Praca wpisuje się w nurt badań, których celem jest stworzenie matematycznych narzędzi pozwalających na efektywne odróżnienie stanów zawierających cechy istotne z punktu widzenia kwantowego przetwarzania informacji od stanów które tego typu cech nie mają, a w związku z tym nie stanowią wartościowego „kwantowego zasobu” i w konsekwencji, mimo swojej fundamentalnej kwantowej natury, otrzymują miano „stanów klasycznych” jako synonim braku potencjału „wspomagania kwantowego”.

Pierwszą rzeczą która rzuca się w oczy czytając rozprawę, jest niezwykle wyrafinowanie i elegancja matematyczna Autora w podejściu do problemu. Autor formułuje problem w języku geometrii różniczkowej i teorii reprezentacji grup i algebr Liego. Mówiąc w uproszczeniu, czyste „stany klasyczne” są identyfikowane z orbitami reprezentacji pewnych grup Liego, a „klasyczne stany mieszane” z otoczkami wypukłymi tych orbit. W zależności od wyboru grupy oraz jej reprezentacji, język ten pozwala Autorowi w sposób jednolity dyskutować zarówno zagadnienia splątania cząstek rozróżnialnych, cząstek nierozróżnialnych (fermionów, bozonów) jak i badać stany fermionowe nie dające się zapisać jako kombinacje wypukłe stanów gaussowskich, który to problem ma istotne znaczenie w przetwarzaniu informacji za pomocą tzw. fermionowej optyki liniowej. Właśnie to abstrakcyjne i matematyczne podejście czyni dokonania badawcze Autora wyjątkowymi na tle ogromnej literatury dotyczącej zagadnień kwantowych korelacji, w które w dużej mierze dominują metody wykorzystujące podstawowe własności algebraiczne nisko-wymiarowych macierzy, czego efektem końcowym są narzędzia matematyczne o bardzo wąskim spektrum zastosowań.

Rozprawa Michała Oszmańca pozwala poczuć „głęboką matematyczność” leżącą u podstaw wielu rozproszonych faktów znanych w kwantowej teorii informacji. Dobrym przykładem jest ogólna klasyfikacja przypadków gdzie znajdują zastosowanie metody detekcji korelacji oparte o tzw. „metodę anty-unitarnego sprzężenia”. Metoda ta jest jedną z najpopularniejszych metod w kwantowej teorii splątania, gdyż pozwala na kompletną charakterystykę splątania dla dowolnych

dwu-qubitowych stanów mieszanych poprzez obliczenie wielkości zwanej w literaturze „concurrency”. Autor pokazuje, że efektywność tej metody zależy od własności symetryzacji reprezentacji tensorowej grupy generującej orbity stanów niesplątanych. Tym samym pokazuje wspólną matematyczną strukturę leżącą u podstaw skuteczności tej metody stosowanej w charakteryzacji pozornie nie związanych ze sobą cech stanów kwantowych, takich jak: splątanie dwóch qubitów, nie-koherentność stanów cząstki o spinie 1, splątanie dwóch fermionów o spinie $3/2$, czy nie-gaussowskość cztero-modowych stanów fermionowych.

Znacząca część rozprawy poświęcona jest analizie metod opartych na nieliniowych świadkach korelacji. Autor w sposób systematyczny omawia zastosowanie tych metod do detekcji różnych form splątania kwantowego oraz niegaussowskości stanów w układach fermionowych zarówno w przypadku stanów czystych jak i mieszanych. W szczególności autor obszernie omawia geometryczne struktury leżące u podstaw konstrukcji świadków dwuliniowych co pozwala w sposób elegancki sformułować postać optymalnych świadków korelacji.

Ostatnia część rozprawy dotyczy jeszcze trudniejszego problemu niż sam fakt detekcji korelacji kwantowych. Autor analizuje zagadnienie typowości stanów skorelowanych w sensie objętości jaką zajmują stany skorelowane pośród wszystkich stanów należących do pewnej orbity stanów kwantowych o ustalonym spektrum. W celu uzyskania odpowiedzi na to pytanie, Autor wykorzystuje zaawansowane narzędzia matematyczne związane z ideą koncentracji miary i uzyskuje jawne ograniczenia na objętość stanów o różnych typach korelacji kwantowych.

Ocena. Muszę przyznać, że praca zrobiła na mnie ogromne wrażenie zarówno pod względem zawartości merytorycznej jak również niezwykle starannej i profesjonalnej strony formalnej. W mojej ocenie, zawartość merytoryczna mogłaby wystarczyć do obdzielenia nią trzech doktoratów, a strona formalna pracy powoduje, że ma się wrażenie jakby czytało się wysokiej jakości podręcznik. Praca ma klarowny podział, wszystkie rozdziały poprzedzone są wprowadzeniem, podsumowaniem oraz co warto podkreślić listą otwartych problemów badawczych dotyczących zagadnień poruszanych w danym rozdziale. Praca zawiera ponadto niezwykle przystępne wprowadzenie do metod matematycznych istotnych dla zrozumienia pracy, dotyczących podstaw geometrii różniczkowej oraz teorii reprezentacji grup i algebr Liego, co znacząco ułatwia czytelnikowi poruszanie się pośród bardzo zaawansowanych metod matematycznych, którymi operuje autor w dalszej części pracy. Praca pokazuje też jasno, że rozwój naukowy Michała Oszmańca nabiera ogromnej dynamiki, gdyż sporo z wyników opisanych w rozprawie jest punktem wyjścia do kolejnych publikacji przygotowywanych przez Autora, a lista problemów otwartych opisanych w pracy jest niezwykle bogata.

Uwagi krytyczne. Jedyna istotna uwaga krytyczna dotyczy nieco skromnego przedstawienia kontekstu fizycznego niektórych wyników. Wynika to zapewne z upodobań Autora do rozważań o charakterze ogólnym, matematycznym i geometrycznym, ale ten fakt nieco utrudnia czytelnikowi docenienie praktycznych konsekwencji zaprezentowanych wyników. Przykładowo, wiele oryginalnych wyników uzyskanych przez autora dotyczy problemu stwierdzania czy dany stan fermionowy należy do otoczki wypukłej stanów gaussowskich. Autor motywuje te badania protokołami tzw. liniowej optyki fermionowej. Zarówno fermionowe stany gaussowskie jak i liniowa optyka fermionowa nie są szeroko znanymi i stosowanymi pojęciami w środowisku naukowców zajmujących się informacją kwantową, gdzie częściej myśli się o optycznych implementacjach, a więc o stanach bozonowych.

Przydatne byłoby krótkie przedstawienie przynajmniej jednego modelu fizycznego gdzie tego typu stany i protokoły znajdują zastosowanie. W szczególności, w jakim układzie fizycznym można przygotować fermionowe stany gaussowskie? Autor wspomina o tym jedynie kilkoma zdaniem w swojej pracy, co jednak nie pomaga niezorientowanemu czytelnikowi w zrozumieniu tematu. Praca zawiera pewną liczbę literówek i błędów w oznaczeniach, które jednak są na tyle rzadkie, że nie utrudniają czytania pracy.

Podsumowanie. Pracę oceniam jako wybitną, mogącą służyć za wzór rozprawy doktorskiej. Stanowi doskonały kontrprzykład dla obserwowanej w ostatnim czasie w niektórych środowiskach akademickich tendencji do obniżania jakości prac dyplomowych i rozpraw doktorskich. Praca zawiera ogromną ilość oryginalnych wyników Autora dotyczących istotnych (i trudnych) problemów z dziedziny charakteryzacji korelacji w stanach kwantowych, przedstawionych ponadto w niezwykle eleganckim i szerokim kontekście matematycznym oraz bardzo bogatym odniesieniem do istniejącej literatury (152 referencje). Poprzez rozprawę, Autor dowodzi swojej ogromnej wirtuozerii matematycznej, którą potrafi skutecznie stosować do rozwiązywania konkretnych problemów fizycznych. W związku z powyższym gorąco wnioskuję o wyróżnienie rozprawy.

dr hab. Rafał Demkowicz-Dobrzański

