

Witold Chmielowiec

Zastosowanie hamiltonowskiej teorii promieniowania do analizy własności radiacyjnych pól fizycznych

Rozprawa doktorska przygotowana w Centrum Fizyki Teoretycznej PAN
i przedstawiona Radzie Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

Streszczenie

Rozprawa przedstawia wyniki dotyczące zastosowania formalizmu hamiltonowskiego do opisu promieniowania w trzech klasycznych teoriach pola opartych na równaniu falowym: teorii pola skalarnego, elektrodynamice i liniowej grawitacji.

Do analizy zagadnienia promieniowania zaproponowaliśmy użycie nowego podejścia, które polega na badaniu ewolucji pola w obszarze czasoprzestrzeni ograniczonym stożkiem świetlnym. Sformułowaliśmy dynamikę hamiltonowską dla danych początkowych określonych na fragmencie hiperboloidy leżącej wewnątrz stożka świetlnego, uzupełnionych przez dane na tym stożku świetlnym. Rolę hamiltonianu pełniła „energia Trautmana-Bondiego” związana z danymi na fragmencie hiperboloidy, uzupełniona przez „energię promieniowania”, związaną z danymi na stożku świetlnym. Wykonując przejście graniczne, polegające na przesunięciu stożka do nieskończoności, otrzymaliśmy rzeczywiste zagadnienie promieniowania wyrażone przez dynamikę hamiltonowską danych początkowych na całej hiperboloidzie i w nieskończoności świetlnej (nazywanej *scri*). W szczególności dostaliśmy hamiltonowską interpretację energii Trautmana-Bondiego, którą zdefiniowaliśmy w każdej z rozważanych teorii. To podejście pozwoliło nam również w prosty sposób zidentyfikować *dane radiacyjne* w nieskończoności świetlnej, otrzymaliśmy je z danych określonych na brzegu skończonego stożka świetlnego wykonując odpowiednie przejście graniczne.

Zaproponowaną metodę opisu promieniowania zastosowaliśmy w teorii bezmasowego pola skalarnego analizując oddzielnie przypadek w dwu- i czterowymiarowej czasoprzestrzeni Minkowskiego. Podaliśmy ogólny sposób rozwiązania problemu warunków zgodności dla danych Cauchy’ego na hiperboloidzie i danych radiacyjnych na *scri* (tzw. *warunków w rogu*), konieczny do poprawnego zdefiniowania hamiltonowskiego układu dynamicznego. Znaleźliśmy hamiltonian generujący dynamikę oraz zbadaliśmy strukturę kanoniczną danych radiacyjnych na *scri*. Dodatkowo, w przypadku dwuwymiarowej czasoprzestrzeni Minkowskiego, wyznaczyliśmy jawne wzory na transformację między danymi na hiperboloidzie a danymi na stożku świetlnym. Korzystając z tych wzorów udowodniliśmy, że transformacja między tymi danymi jest symplektomorfizmem.

W hamiltonowskim opisie promieniowania w elektrodynamice wykorzystaliśmy fakt, że cała dynamika pola elektromagnetycznego może zostać zredukowana do wielkości skalar-nych, niezmienniczych ze względu na cechowanie. Wyraziliśmy dynamikę na hiperboloidzie i stożku świetlnym za pomocą tych wielkości. Następnie udowodniliśmy, że ich dynamika jest równoważna dynamice dwóch niezależnych, bezmasowych pól skalnych. Ta równo-ważność pomogła nam poprawnie zdefiniować hamiltonowską ewolucję całego układu, czyli ewolucję danych początkowych na fragmencie hiperboloidy wraz z danymi na brzegu stoż-ka, oraz zidentyfikować radiacyjne stopnie swobody pola elektromagnetycznego na *scri*.

Analizę promieniowania w liniowej grawitacji rozpoczęliśmy od wyprowadzenia równań pola na hiperboloidzie, otrzymaliśmy je linearyzując równania Einsteina zapisane w po-staci ADM. Następnie skorzystaliśmy z faktu, że dynamikę można zredukować do dwóch, niezależnych stopni swobody, wyrażanych przez wielkości niezmiennicze ze względu na ce-chowanie. W tej pracy zajmowaliśmy się jednym, tzw. *aksjalnym*, stopniem swobody. Poka-zaliśmy, że dynamika aksjalnego stopnia swobody jest równoważna dynamice bezmasowego pola skalarne-ego. To pozwoliło nam wykorzystać wyniki otrzymane w teorii pola skalarne-go i elektrodynamice do sformułowania liniowej grawitacji jako układu hamiltonowskiego, opisującego dynamikę danych na hiperboloidzie i *scri*.

Warszawa, kwiecień 2013