

Modele igłowe procesów wzrostu nierównowagowego

Michał Wacław Pecelerowicz

22 marca 2017

Streszczenie

Punktem wyjścia dla niniejszej rozprawy były procesy wzrostu niestabilnego, w których zaobserwować można powstawanie różnego rodzaju złożonych form. Struktury tego rodzaju łączy geometryczne podobieństwo, pomimo że tworzą się one w pozornie niepowiązanych układach, często na różnych skalach czasowych i przestrzennych. Przykładowo, zarówno w zjawisku formowania paluchów lepkości, w eksperymencie osadzania elektrolitycznego, jak i procesie wzrostu kolonii bakterii, tworzące się formy mają rozgałęzioną, dendrytyczną postać.

Tego rodzaju zbieżność wynika z analogicznych mechanizmów wzrostu, w których ewolucja generowana jest przez pewne pole skalarne Ψ , spełniające równanie Laplace’a. Model tego rodzaju zjawisk, w którym zakłada się ponadto, że front struktury przesuwa się z prędkością proporcjonalną do gradientu pola, nosi nazwę wzrostu Laplace’a. W tak postawionym problemie kluczową rolę pełni niestabilność brzegu sprawiająca, że wzrost w okolicach niewielkich zaburzeń kształtu jest wzmacniany, a one same przekształcają się w wydłużone paluchy. Nieliniowa dynamika obecna na późnych etapach ewolucji jest bardzo skomplikowana i prowadzi do zjawisk takich jak ekranowanie paluchów oraz ich rozszczepianie.

W niniejszej rozprawie interesował nas reżim, w którym tworzące się struktury i) miały dużo mniejszą szerokość niż długość oraz wzajemne odległości, ii) wzrastały w sposób deterministyczny oraz iii) mogły (choć nie musiały) się wyginać oraz rozszczepiać. Struktury tego typu badano w ramach modeli igłowych, tzn. ich kształt przybliżano przez jednowymiarowe linie wzrastające tylko na swoich końcach w pewnym obszarze zespolonym, na którym określone jest pole laplace’owskie generujące wzrost. Takie sformułowanie problemu pozwoliło na wykorzystanie technik analizy zespolonej (przekształceń konforemnych oraz formalizmu równania Loewnera), co znacznie ułatwiło badanie tworzących się form.

Tematem pierwszej części pracy było zastosowanie modelu igłowego do badania procesów, w których pojawia się zjawisko rozszczepień dendrytów wskutek destabilizacji, ze względu na zwiększenie prędkości wzrostu. W modelu igłowym warunek ten wprowadzono przyjmując pewną progową prędkość, po przekroczeniu której następuje podział igły. Zaobserwowano, że kryterium takie prowadzi do powstawania regularnych i stabilnych obwiedni tworzących się struktur. Obwiednie o takich własnościach obserwuje się również w wielu układach eksperymentalnych; analiza przeprowadzona w ramach niniejszej rozprawy pokazała, że pewnych przypadkach źródłem stabilnego wzrostu w skali długości obwiedni mogą być rozszczepienia dendrytów, które pozwalają zaabsorbować zwiększony strumień bez zwiększania prędkości przesuwania brzegu.

W przypadku wzrostu w geometrii półpłaszczyzny, tworzące się obwiednie przyjmują

półkolisty kształt i charakteryzują się niejednorodną koncentracją igieł na brzegu. Ze względu na dużą regularność, możliwe było oszacowanie tej wielkości - znaleziony rozkład okazało się zgodny z wynikiem symulacji. Co ciekawe, podobny efekt zaobserwować można w eksperymentach badających spalanie w układach dwuwymiarowych, gdzie największa częstotliwość podziałów występuje na szczycie struktury, ze względu na największy gradient pola.

W dalszej części pracy model igłowy zastosowano do opisu zjawiska formowania paluchów lepkości w sieci kanałów mikrofluidycznych. W układzie takim zaobserwować można tworzenie wąskich, wrzecionowatych paluchów, wzrastających wzdłuż pojedynczych linii kanałów. Paluchy te oddziałują poprzez quasi-dwuwymiarowe pole ciśnienia, którego opis przez odpowiednią transformację może być sprowadzony do standardowego równania Laplace'a. Oddziaływania między paluchami prowadzą do ich wzajemnego ekranowania, a w konsekwencji do zahamowania krótszych i przyspieszonego wzrostu dłuższych. Struktury tego typu modelowano w niniejszej pracy jako jednowymiarowe, równoległe igły, oddziałujące poprzez pole Laplace'a. Warunek równoległości zapewniono wyprowadzając odpowiednie równanie różniczkowe na ruch biegunów dla geometrii walca oraz kanału (w oparciu o analogiczne równanie dla geometrii półpłaszczyzny). Zaobserwowano, że kształt struktur generowanych w ramach modelu igłowego bardzo dobrze koreluje się ze wzorami obserwowanymi eksperymentalnie. Zbieżność obserwowanych form z przewidywaniami modelu deterministycznego dowodzi, że poza początkowymi etapami wzrostu, tworzenie paluchów lepkości w sieci kanałów mikrofluidycznych jest procesem niemal wyłącznie deterministycznym. Ponadto jego dynamika jest na tyle prosta, że paluchy mogą być traktowane jak obiekty jednowymiarowe, a ich mikroskopowa struktura ma pomijalny wpływ na proces wzrostu.