

Streszczenie

Pętlowa grawitacja kwantowa jest pierwszą i stosunkowo zaawansowaną próbą konstrukcji jawnie niezależnej od tła teorii grawitacji kwantowej. Kinematyczna struktura pętlowej grawitacji kwantowej jest dobrze poznana, przy czym elementarne stany kinematyczne teorii mają fizycznie dobrze zrozumiałą interpretację jako stany opisujące skwantowane, dyskretne geometrie przestrzenne. Sformułowanie dynamiki teorii w sposób w pełni zadowalający okazało się jednak zaskakująco trudne i w znacznym stopniu kwestia dynamiki nadal pozostaje otwartym problemem w kwantowej grawitacji pętli.

W rozprawie tej rozważamy problem dynamiki w kanonicznej kwantowej grawitacji pętlowej głównie w kontekście modeli deparametryzowanych, w których pole skalarne pełni funkcję czasu fizycznego dla dynamiki pola grawitacyjnego. Dynamika stanów kwantowych pola grawitacyjnego jest następnie generowana bezpośrednio przez fizyczny operator Hamiltona, zamiast być domyślnie definiowana przez jądro hamiltonowskiego operatora więzów. W związku z tym podejście zdeparametryzowane pozwala ominąć wiele znacznych trudności technicznych napotykanych podczas pracy z więzami hamiltonowskimi.

Wprowadzamy nową konstrukcję operatora hamiltonowskiego dla pętlowej grawitacji kwantowej, która ma zarówno zalety matematyczne, jak i praktyczne w porównaniu z wcześniejszymi propozycjami. Co najważniejsze, nasz Hamiltonian może być skonstruowany jako operator symetryczny, a zatem jest matematycznie spójnym kandydatem na generator unitarnej ewolucji czasowej w zdeparametryzowanych modelach. Ponadto, dzięki zastosowaniu niedawno wprowadzonego w naszej konstrukcji operatora krzywizny, jesteśmy w stanie dokonać znacznego i praktycznego uproszczenia w strukturze operatora hamiltonowskiego.

Po zakończeniu analizy różnych możliwych definicji nowego hamiltonianu, opracujemy przybliżone metody badań dynamiki generowanej przez dany fizyczny hamiltonian przydatne, gdy nie można uzyskać dokładnego rozwiązania problemu wartości własnych hamiltonianu. W szczególności pokazujemy, że dla dużych wartości parametru Barbero-Immirzi, część euklidesową hamiltonianu można uznać za zaburzenie względnie prostego operatora krzywizny, a zatem można zastosować standardową teorię zaburzeń w celu przybliżenia widma pełnego hamiltonianu pod względem znanych wartości własnych i stanów własnych operatora krzywizny. Zilustrowaliśmy wykorzystanie naszych metod aproksymacji za pomocą prostych obliczeń numerycznych.

Wprowadzamy również nową reprezentację dla operatorów splatających w pętlowej grawitacji kwantowej. Rozpatrując operatory splatające rzutowane na stany koherentne momentu pędu, otrzymujemy opis, w którym operatory splatające są reprezentowane jako wielomiany pewnych zmiennych zespolonych, a operatory w kwantowej grawitacji pętlowej są wyrażane jako operatory różnicowe działające na te zmienne. Umożliwia to opisanie działania hamiltonianu geometrycznie, pod względem znormalizowanych wektorów parametryzujących stany koherentne momentu pędu, w przeciwieństwie do skomplikowanych, nieintuicyjnych wyrażeń obejmujących kombinacje symboli Wignera nj teorii sprzężenia $SU(2)$. Nowa reprezentacja może zatem okazać się użytecznym narzędziem do analizy dynamiki w kwantowej grawitacji pętli.

Oprócz przeglądu wyników pracy naukowej autora, rozprawa zawiera również dokładne wprowadzenie do formalizmu kanonicznej kwantowej grawitacji pętlowej, a także samodzielną prezentację metod graficznych dla teorii sprzężenia $SU(2)$, która jest nieocenionym narzędziem do wykonywania praktycznych obliczeń w kwantowej grawitacji pętlowej w bazie sieci spinowej. Autor ma zatem nadzieję, że część rozprawy może służyć jako zrozumiałe źródło wiedzy dla wszystkich zainteresowanych nauką elementów kwantowej grawitacji pętlowej.

Abstract

Loop quantum gravity is a tentative but relatively well-developed attempt at a manifestly background independent theory of quantum gravity. The kinematical structure of loop quantum gravity is well understood, with the elementary kinematical states of the theory having a physically appealing interpretation as states describing quantized, discrete spatial geometries. However, formulating the dynamics of the theory in a fully satisfactory way has proven to be surprisingly challenging, and to a significant extent, the issue of dynamics still remains an open problem in loop quantum gravity.

In this thesis we consider the problem of dynamics in canonical loop quantum gravity primarily in the context of deparametrized models, in which a scalar field is taken as a physical time variable for the dynamics of the gravitational field. The dynamics of the quantum states of the gravitational field is then generated directly by a physical Hamiltonian operator, instead of being implicitly defined through the kernel of a Hamiltonian constraint. The deparametrized approach therefore bypasses many of the considerable technical difficulties one encounters when working with the constraint operator.

We introduce a new construction of a Hamiltonian operator for loop quantum gravity, which has both mathematical and practical advantages in comparison to earlier proposals. Most importantly, our Hamiltonian can be constructed as a symmetric operator, and is therefore a mathematically consistent candidate for a generator of unitary physical time evolution in deparametrized models. Furthermore, by employing the recently introduced curvature operator in our construction, we obtain a significant practical simplification in the structure of the Hamiltonian operator.

After having completed the definition of several variations of the new Hamiltonian, we develop methods for evaluating the dynamics generated by a given physical Hamiltonian in an approximate form, even if an exact solution to the eigenvalue problem of the Hamiltonian cannot be achieved. In particular, we show that for large values of the Barbero-Immirzi parameter, the Euclidean part of the Hamiltonian can be considered as a perturbation over the comparatively simple curvature operator, and hence standard perturbation theory can be used to approximate the spectrum of the complete Hamiltonian in terms of the known eigenvalues and eigenstates of the curvature operator. We illustrate the use of our approximation methods with simple numerical calculations.

We also introduce a new representation for intertwiners in loop quantum gravity. By considering intertwiners projected onto coherent states of angular momentum, we obtain a description in which intertwiners are represented as polynomials of certain complex variables, and operators in loop quantum gravity are expressed as differential operators acting on these variables. This makes it possible to describe the action of the Hamiltonian geometrically, in terms of the unit vectors parametrizing the angular momentum coherent states, as opposed to complicated, non-intuitive expressions involving combinations of the Wigner nj -symbols of $SU(2)$ recoupling theory. The new representation could therefore turn out to be a useful tool for analyzing the dynamics in loop quantum gravity.

In addition to reviewing the results of the author's scientific work, this thesis also gives a thorough introduction to the basic framework of canonical loop quantum gravity, as well as a self-contained presentation of the graphical formalism for $SU(2)$ recoupling theory, which is the invaluable tool for performing practical calculations in loop quantum gravity in the spin network basis. The author therefore hopes that parts of this thesis could serve as a comprehensible source of information for anyone interested in learning the elements of loop quantum gravity.