

dr hab. Emilia Witkowska
Oddział Fizyki Teoretycznej
Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk
Aleja Lotników 32/46
PL 02-668 Warszawa
tel. +48 (22) 116 31 75
e-mail: emilia.witkowska@ifpan.edu.pl

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Krzysztofa Chabudy

Pan Krzysztof Chabuda przygotował pracę doktorską pod kierunkiem dra hab. Rafała Demkowicza-Dobrzańskiego. Rozprawa nosi tytuł „Sieci tensorowe w metrologii kwantowej” i dotyczy bardzo aktywnie obecnie rozwijanej metrologii kwantowej z uwzględnieniem dekoherencji. Praca przedstawia adaptację numerycznych metod sieci tensorowych do opisu wielociałowych układów z uwzględnieniem krótkozasięgowego szumu. Jest ona oparta na dwóch artykułach opublikowanych w prestiżowych czasopismach naukowych, *New Journal of Physics* i *Nature Communications*. Warto podkreślić, że Pan Krzysztof Chabuda jest również współautorem dwóch innych publikacji wykraczających poza tematykę pracy, co łącznie daje bardzo dobry dorobek naukowy na tym etapie kariery akademickiej. Praca napisana jest w języku polskim. Kody źródłowe programów numerycznych powstałych w wyniku badań Doktoranta zostały umieszczone w ogólnodostępnych repozytoriach.

Rozprawa zaczyna się od Wprowadzenia, w którym Autor z jednej strony opisuje wczesny rozwój i sukcesy metrologii opartej na mechanice kwantowej, a z drugiej strony nakreśla problemy z jakimi mierzy się teoria podczas badań złożonych układów wielociałowych, w szczególności z uwzględnieniem dekoherencji. W ten sposób, Autor wprowadza tematykę badań oraz uzasadnia celowość wybranej metody badawczej. Zadanie z jakim zmierzył się Doktorant jest dość ambitne a komplikacja wynika stąd, że typowe wielkości pojawiające się w zagadnieniach metrologicznych wyznaczające fundamentalne ograniczenia na precyzję estymacji nie były wcześniej obliczone dla stanów mieszanych reprezentowanych przez sieci tensorowe. Zarówno dla układów skończonych, jak i w granicy asymptotycznej, gdzie liczba cząstek w układzie jest bardzo duża.

Pierwszy rozdział rozprawy przedstawia matematyczne podstawy metrologii dotyczące zagadnień klasycznej i kwantowej teorii estymacji pojedynczego parametru. Autor bardzo starannie i klarownie opisuje wielkości wyznaczające fundamentalne ograniczenia na precyzję estymacji dla stanów mieszanych, również z uwzględnieniem dekoherencji. W rozdziale drugim Doktorant podjął się trudnego zadania wprowadzenia podstawowych koncepcji sieci tensorowych, stosowanych w głównej części pracy. Autor wprowadza graficzną reprezentację w postaci diagramów, której celem jest uproszczenie analizy zadanego problemu. Reprezentacja ta jest standardowo stosowana w literaturze. O ile proste i typowe diagramy zostały przejrzysto omówione, idea sieci drzew tensorowych jest słabo wyjaśniona i jej związek z główną częścią pracy jest niezrozumiały. Nieznaczną część zagadnień opisanych w dwóch pierwszych rozdziałach dotyczy problemów znanych z podręczników. Domyślam się jednak, że intencją Doktoranta było napisanie rozprawy,

która będzie stanowić źródło wiedzy dla studentów. Cel ten został osiągnięty. Jedynym mankamentem obu rozdziałów są dość licznie wprowadzone skróty określające pewne wielkości, np. MMSE, CPTP, które niekiedy utrudniają czytanie tekstu. Być może indeks skrótów byłby tu pewnym rozwiązaniem.

Główna część rozprawy zawierająca oryginalne wyniki Autora umieszczona została w rozdziałach trzecim i czwartym.

Rozdział trzeci przedstawia nowatorskie zastosowanie sieci tensorowych do numerycznego obliczenia kwantowej informacji Fishera określającej fundamentalne ograniczenie na precyzję estymacji, w przypadku układów o skończonej liczbie cząstek i w granicy asymptotycznej, gdzie liczba cząstek dąży do nieskończoności. W obu przypadkach polega ono na numerycznej maksymalizacji kwantowej informacji Fishera ze względu na stan początkowy i symetryczną pochodną logarytmiczną. W przypadku skończonej liczby cząstek podejście jest dość ogólne. Natomiast, w granicy asymptotycznej procedura optymalizacji zakłada, że kwantowa informacja Fishera jest proporcjonalna do liczby cząstek. Jest to dość rozsądne założenie reprezentujące typowe zachowanie dla wielociałowych układów z uwzględnieniem dekoherencji. Jednak ciekawa jestem, jak zachowuje się algorytm w innych sytuacjach, kiedy kwantowa informacja Fishera skaluje się w sposób nietypowy. Pan Krzysztof Chabuda podał przekonującą strategię doboru liczby iteracji i małych parametrów prowadzącą do zbieżności wyników dających relatywnie mały błąd numeryczny. Implementacja numeryczna sieci tensorowych wygląda na dość złożoną, niemniej jednak umożliwia badanie układów o dużej liczbie cząstek. Szkoda, że Doktorant nie odniósł się tutaj do innych metod stosowanych do opisu problemu, ich złożoności i zakresu stosowalności. Zastanawia mnie również, na ile zaprezentowana implementacja metody sieci tensorowych jest ogólna. Czy działa ona tylko dla stanów z krótkozasięgowym szumem rozważanych w rozprawie? Czy można ją stosować w innych przypadkach, np. stanów termicznych lub czystych, kiedy ścisły opis ze względu na wielkość przestrzeni Hilberta jest ograniczony do małej liczby cząstek?

W rozdziale czwartym Pan Krzysztof Chabuda ilustruje zastosowanie metody do obliczenia kwantowej informacji Fishera dla wielociałowych układów z uwzględnieniem krótkozasięgowych przestrzennych i czasowych korelacji, oraz wyznaczenia podatności wierności – parametru stosowanego w teorii przejść fazowych. Moim zdaniem, jest to najciekawszy rozdział rozprawy.

W pierwszej części rozdziału czwartego Autor rozważa układ N spinów w polu magnetycznym z krótkozasięgowymi korelacjami przestrzennymi. Doktorant analizuje skalowanie kwantowej informacji Fishera z liczbą spinów dla zadanych parametrów szumu. W granicy małej liczby spinów, porównuje otrzymane wyniki z rezultatami otrzymanymi standardową metodą. Nazwa metody nie została podana. Doktorant otrzymuje zadowalającą zgodność, również w granicy asymptotycznej. Następnie analizuje asymptotyczną wartość kwantowej informacji Fishera w funkcji lokalnego parametru szumu i korelacji. Autor wnioskuje, że wartość kwantowej informacji Fishera jest niższa dla stanów produktowych niż w przypadku stanów optymalnych. Za pomocą entropii splątania von Neumanna Doktorant wykazuje, że optymalne stany wzmacniające precyzję są splątane. Ten sam wniosek zostaje wyciągnięty dla przykładowych stanów produktowych i ściśniętych stosując przybliżony rachunek analityczny. Ciekawa jestem czy podejście analityczne można wykonać również dla innych stanów, np. superpozycji stanów koherentnych lub kota Schrödingera generowanych przez jednoosiowo skrętny hamiltonian rozważany w rozprawie? Czy metoda oparta na sieciach tensorowych pozwala na głębszą analizę struktury stanów? Czy można

stwierdzić jaki dokładnie stan należałoby przygotować doświadczalnie żeby osiągnąć jak największą precyzję?

Drugi przykład zastosowań sieci tensorowych dotyczy stabilizacji zegara atomowego. Tym razem wielkością charakteryzującą stabilność zegara atomowego jest wariancja Allana, i jej kwantowa wersja. Podobnie jak w poprzednim przypadku, Autor podejmuje się analizy otrzymanych wyników porównując je z rozwiązaniami asymptotycznymi i uzyskanymi przy pomocy standardowych metod. Tym razem zgodność jest doskonała. Dodatkowo, Doktorant przeprowadził analizę optymalnych stanów początkowych przekonująco pokazując, że są to stany ściśnięte. Zastanawia mnie liczba atomów w rozważanym przykładzie, jest ich 10. To o dwa rzędy wielkości mniej niż liczba spinów w przykładzie pierwszym. Skąd bierze się taka różnica? Czy w tym przykładzie sieci tensorowe nie są już tak efektywne do opisu setek a nawet tysiąca atomów?

W ostatnim przykładzie Pan Krzysztof Chabuda demonstruje użyteczność metody do wyznaczenia wartości podatności dla wielociałowego stanu termicznego w spinowym modelu XX. Z jednej strony podatność wierności jest wielkością używaną do detekcji kwantowego przejścia fazowego. Z drugiej strony, jej związek z kwantową informacją Fishera jest dobrze ugruntowany [Zanardi 2006]. Nie jest to więc przykład bardzo daleki od kontekstu metrologicznego. Autor pokazuje, że obliczona w ramach metody opartej na sieciach tensorowych wartość podatności spełnia przewidywane ograniczenia. Badana wielkość podlega również prawu skalowania ze względu na liczbę spinów, np. [Rams 2018]. Szkoda, że Doktorant nie rozwinął zagadnienia o demonstrację praw skalowania dla podatności wierności. Innym uzupełnieniem, mogłaby być analiza przesunięcia punktu przejścia fazowego ze względu na temperaturę lub skończony układ. Ciekawa jestem, czy w tym przypadku sieci tensorowe były równie efektywne.

Podsumowując, wyniki przedstawione w rozprawie są bardzo ciekawe i dotyczą dziedziny intensywnie badanej obecnie. Rozprawa napisana jest bardzo starannie i czyta się ją z przyjemnością. Nie mam wątpliwości, że Autor rozumie rozważane zagadnienia i potrafi je przedstawić. Mimo powyższych uwag i pytań, jakie nasunęły się podczas lektury, moja ocena pracy jest bardzo dobra. Widać w niej szerokie spektrum zainteresowań Doktoranta, jak również stosowanych narzędzi, od przybliżonych i ścisłych metod analitycznych poprzez metody numeryczne. Bibliografia jest bogata i pokazuje szerokie horyzonty Autora oraz dobrą orientację w literaturze. **Z pełnym przekonaniem stwierdzam, że praca spełnia zwyczajowe i ustawowe wymagania stawiane pracom doktorskim. Wnoszę o dopuszczenie magistra Krzysztofa Chabudę do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

Emilia Witkowska

