

Granica Heisenberga – wykraczając poza kwantową informację Fishera Wojciech Górecki

Granica Heisenberga stanowi fundamentalnie ograniczenie na możliwą do osiągnięcia precyzję estymacji przy ograniczonej ilości użytych zasobów N (np. liczby atomów, fotonów itd.). Dzięki użyciu splątanych stanów kwantowych, możliwe jest lepsze skalowanie precyzji z N niż w przypadku, gdzie zasoby zostałyby użyte niezależnie. Oznacza to, że optymalne wykorzystanie wszystkich zasobów wiąże się ze skumulowaniem ich w pojedynczej realizacji eksperymentu, co z kolei implikuje, że najpowszechniejsze narzędzie teoretyczne używane do analizy protokołów metrologicznych – kwantowa informacja Fishera (QFI) – nie umożliwia rzetelnego opisu tego problemu, gdyż nabiera ona operacyjnego znaczenia dopiero przy wielu powtórzeniach eksperymentu.

W niniejszej pracy, wykorzystując formalizm Bayesowskiej estymacji, a także pojęcie estymatora minimax, wyprowadzam asymptotycznie wysycalne ograniczenia na precyzję estymacji dla przypadku unitarnej ewolucji bez szumu. Dla przypadku, gdzie ilość zasobów N jest ściśle ograniczona, wykazuję, iż ostateczna niepewność pomiaru jest π razy większa, niż wynikałoby z naiwnego użycia QFI. Dokonuję również analizy przypadku, gdzie ograniczenie nałożone jest jedynie na średnią ilość zasobów, której dokładna wartość może fluktuować (wówczas QFI nie pozwala na wyprowadzenie żadnego ograniczenia). W obydwu przypadkach badam nie tylko asymptotyczną wysycalność, ale też szybkość zbiegania tych ograniczeń.

W dalszej części analizuję problem granicy Heisenberga w sytuacji, gdy wiele parametrów mierzonych jest jednocześnie na tym samym fizycznym układzie. W szczególności badam istnienie zysku z jednoczesnego pomiaru wszystkich parametrów w porównaniu do rozdystrybuowania tej samej ilości zasobów do mierzenia ich niezależnie. Używając dwóch przykładów – pomiaru wielu przesunięć fazowych w wieloramiennym interferometrze oraz pomiaru trzech składowych pola magnetycznego – pokazuje istnienie jakościowych różnic między wynikami otrzymanymi przy użyciu Bayesowskiej estymacji/estymatora minimax, a tymi wynikającymi z użycia QFI. Wyprowadzam również dolne ograniczenie na możliwą do uzyskania precyzję pomiaru w ogólnym przypadku (tym razem nie jest ono wysycalne).