

Kraków, 6 lipca 2024 r.

dr hab. Sebastian Szybka, prof. UJ
Zakład Astrofizyki Relatywistycznej i Kosmologii
Obserwatorium Astronomiczne
Uniwersytet Jagielloński

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Macieja Ossowskiego
„Topologically non-trivial black hole spacetimes”**

Praca doktorska Pana Macieja Ossowskiego została napisana pod opieką prof. dr hab. Jerzego Lewandowskiego. Treść rozprawy związana jest w dominującej części z klasą ścisłych rozwiązań równań Einsteina z tzw. parametrem NUT zawartą w rodzinie czasoprzestrzeni Plebańskiego-Demiańskiego. Właściwości tej klasy są rozważane w odniesieniu do szczególnego członka tej klasy, rozwiązania Taub-NUT.

Chociaż rozwiązanie Taub-NUT odkryto ponad siedemdziesiąt lat temu, to jego fizyczna interpretacja nie jest znana do dzisiaj. Co ciekawe, rozwiązanie to w przeciwieństwie do rozwiązania Schwarzschilda (na poprawną interpretację tego rozwiązania czekano również kilkadziesiąt lat) na pierwszy rzut oka wydaje się mniej skomplikowane. Funkcje metryczne, w przeciwieństwie do funkcji metrycznych rozwiązania Schwarzschilda w standardowych współrzędnych, są regularne, a krzywizna czasoprzestrzeni nie jest osobliwa. Dopiero dokładniejsza analiza ujawnia, że dla rozwiązania Taub-NUT istnieje obszar, w którym jeden z aksjomatów teorii grawitacji Einsteina nie jest spełniony. Przy standardowej interpretacji współrzędnych, na osi rotacji metryka nie daje się sprowadzić do metryki płaskiej ze względu na występowanie tzw. deficytu kąta, co interpretowane jest jako istnienie osobliwości stożkowej. Problem ten można częściowo rozwiązać zmieniając interpretację współrzędnych (zmieniając topologię czasoprzestrzeni). Nowa interpretacja, wprowadzona jeszcze w latach sześćdziesiątych przez Misnera, nie rozwiązuje problemu całkowicie — ceną za pozbycie się osobliwości stożkowej okazują się być powszechnie występujące zamknięte krzywe czasowe. Ich istnienie nie ułatwia znalezienia interpretacji fizycznej rozwiązania Taub-NUT.

Pan Maciej Ossowski w swojej rozprawie doktorskiej postawił sobie nietrywialne pytanie: czy nietypowe cechy rozwiązania Taub-NUT i różne interpretacje tego rozwiązania, są cechą samej metryki Taub-NUT, czy też przenoszą się one na szerszą klasę rozwiązań z parametrem NUT? Głównym wynikiem pracy doktorskiej jest wykazanie, że nieosobliwą interpretację Misnera czasoprzestrzeni Taub-NUT można rozszerzyć na bardziej ogólną klasę rozwiązań z parametrem NUT należącą do rodziny czasoprzestrzeni Plebańskiego-Demiańskiego.

Wyniki zaprezentowane w rozprawie zostały spisane w postaci pięciu artykułów naukowych. Cztery artykuły zostały już opublikowane, w tym jeden w *Classical and Quantum Gravity*, trzy w *Physical Review D*. Piąty artykuł został ukończony (jest dostępny na serwerze *arXiv*) i należy przypuszczać, że zostanie opublikowany w najbliższym czasie. Wszystkie artykuły zostały napisane wspólnie z promotorem w tym jeden z dodatkowym współautorem, doktorem Denisem Dobkowskim-Ryłko.

Rozprawa w języku angielskim składa się ze wstępu (rozdział pierwszy), czterech rozdziałów zawierających główne wyniki, podsumowania, oraz spisu literatury. W abstrakcie rozpoczynającym pracę, autor przedstawia cel swoich badań. Wstęp zawiera opis konwencji i notacji, oraz objaśnienie pojęć używanych w dalszej części pracy.

W rozdziale drugim przedstawiono czasoprzestrzeń Kerra-NUTa-(anty-) de Sittera jako szczególny przypadek czasoprzestrzeni Plebańskiego-Demiańskiego. Dla rozważanych rozwiązań równań Einsteina została powtórzona konstrukcja Misnera, która pozwoliła na uniknięcie osobliwości stożkowych za cenę wprowadzenia zamkniętych krzywych czasowych (istnienia tych krzywych można uniknąć w pewnym obszarze przestrzeni parametrów). Dodatkowo przedstawiono dowód gładkości na nowo zinterpretowanej metryki na osiach oraz wykazano, że pewne niejednoznaczności w przeprowadzonej konstrukcji mają wyłącznie trywialne konsekwencje związane orientacją pól Killinga w czasoprzestrzeni. Na zakończenie rozdziału wykazano, że osobliwości stożkowe mogą być również zregularyzowane w przypadku nieobjętym przez rozważany wcześniej element liniowy, tzn. dla tak zwanych przyśpieszonych rozwiązań Taub-NUT. Są to najistotniejsze wyniki badań, które zawarto w rozprawie doktorskiej.

Rozwiązania z parametrem NUT, które zostały przedstawiona w rozdziale drugim w nieosobliwej interpretacji w stylu Misnera, zostały przeanalizowane w rozdziale trzecim. Charakterystyczną cechą czasoprzestrzeni Plebańskiego-Demiańskiego jest istnienie horyzontów zdarzeń. Horyzonty te są równocześnie horyzontami Killinga. Dlatego dla zregularyzowanych rozwiązań szczególnie interesujące są właściwości horyzontów Killinga. To właśnie ich właściwości zostały przebadane w rozdziale trzecim. Dodatkowo przeprowadzono

lokalną analizie wykorzystując pojęcie horyzontu izolowanego, którego geometria zadana jest przez rozwiązania tzw. równanie typu D Petrova. W analizie tej powiązано parametry określające lokalną geometrię izolowanych horyzontów z parametrami określającymi globalną geometrię rozważanych wcześniej czasoprzestrzeni.

W rozdziale czwartym autor rozprawy wykorzystuje pewien typ horyzontów Killinga istniejących dla rozwiązań Plebańskiego-Demiańskiego do zdefiniowania nowego typu horyzontu izolowanego. Podobnie jak w rozdziale trzecim, parametry opisujące horyzont izolowany nowego typu zostały powiązane z parametrami określającymi pełne rozwiązanie w rozważanej klasie czasoprzestrzeni.

W ostatnim piątym rozdziale, Pan Ossowski wykorzystuje równanie typu D Petrova do analizy horyzontów o niesferycznej topologii, czyli takich, które mogłyby odpowiadać topologicznym czarnym dziurom. Dla horyzontów tego typu znaleziono również przestrzenie zanurzające, które okazały się być lokalnie izometryczne do uogólnionych czasoprzestrzeni Tauba-NUTa-(anty-)de Sittera.

Praca doktorska kończy się podsumowaniem, w którym krótko omówiono najważniejsze wyniki zaprezentowane rozprawie.

Rozprawa doktorska Pana Macieja Ossowskiego napisana jest w sposób przejrzysty. Pozytywnego wrażenia nie zmieniają literówki i błędy typograficzne (np. „orz” zamiast „oraz” w szóstej linijce streszczenia na stronie 5, „strun” zamiast „struną” oraz „Type” zamiast „typu” na tej samej stronie, zbyt duże odstęp po skrócie „i.e.”, cudzysłowy zamykające zamiast otwierających, konstrukcja zdania powyżej równania (1.9), „satisfies” zamiast „satisfied” na stronie 14, konstrukcja zdania poniżej równania (1.12), brakujące słowo „invariant” poniżej równania (1.24), niepotrzebnie podwojone numery równań (1.56) oraz (1.57), konstrukcja zdania na stronie 32 (linia 23), konstrukcja zdania na stronie 34 (linia 10), pominięcie „anti” w tytule rozdziału 2, „The” na stronie 38 (linia 9), zbędny odstęp w linii 8 na stronie 49, „Summry” w tytule podrozdziału 2.2.4, „ign” poniżej równania (2.63), ...). Niektóre literówki pojawiają się również w równaniach (np. brakujące $d\phi$ w równaniu pomiędzy równaniami (2.9) oraz (2.10) oraz poniżej równania (2.13)). Równanie (1.58) jest błędne — brakuje minusa oraz $\cos(2\theta)$ nie wydaje się być właściwym czynnikiem. Nie stwierdziłem, żeby powyżej wymienione usterki wpłynęły na poprawność obliczeń.

Praca doktorska mgr Ossowskiego ma charakter matematyczny. Dla mnie osobiście najciekawszym zagadnieniem związanym z badaną tematyką jest interpretacja fizyczna czasoprzestrzeni Taub-NUT. Czy parametr NUT ma sens fizyczny, czy też rozwiązania z niezerowym parametrem NUT należą do patologicznych rozwiązań równań Einsteina, które nie mają znaczenia fi-

zycznego? W kontekście tego pytania obrany kierunek badań wydaje się nieoczywisty: przeważnie starając się zrozumieć fizyczne znaczenie rozwiązania staramy się uprościć problem, a nie rozszerzyć jego analizę na bardziej ogólną klasę rozwiązań (w rozważanym przypadku klasa ta zawiera aż siedem wolnych parametrów). Czy uzyskane wyniki podpowiadają coś w kontekście fizycznej interpretacji parametru NUT? Należy tutaj dodać, że na przestrzeni ostatnich siedemdziesięciu lat zaproponowano wiele nierównoważnych interpretacji. W rozprawie pokazano związek ładunku NUT z liczbą Cherna, ale nie jest oczywiste, jakie ta relacja ma znaczenie fizyczne.

Kolejnym nieoczywistym aspektem przedstawionych badań związanych z interpretacją rozwiązań jest wprowadzenie przez autora interpretacji Misnera, w której pozbyto się osobliwości stożkowych za cenę powszechniej występujących zamkniętych krzywych czasowych. W moim odczuciu standardowa interpretacja, w której patologia osi symetrii rozwiązań z ładunkiem NUT i zamknięte krzywe czasowe w sąsiedztwie osi, mogą być usunięte przez rozwiązanie wewnętrzne (źródło) wydaje się bardziej naturalna. Powstaje więc pytanie, dlaczego dla autora interpretacja Misnera jest bardziej atrakcyjna?

W rozprawie Pana Ossowskiego pojawia się stwierdzenie, że osobliwość stożkowa jest zależna od obserwatora. Jest ono nieintuicyjne, ponieważ standardowa interpretacja osobliwości stożkowej jest niezależna od obserwatora (czasoprzestrzeń nie przypomina lokalnie czasoprzestrzeni Minkowskiego). W moim odczuciu, stwierdzenie to jest na tyle istotne, iż domaga się głębszej analizy.

Pan Maciej Ossowski biegle posługuje się zaawansowanym formalizmem matematycznym. Jego rozprawa doktorska dowodzi, iż posiada on szeroką wiedzę z zakresu fizyki teoretycznej, a w szczególności, z zakresu ogólnej teorii względności Einsteina. Moim zdaniem magister Maciej Ossowski posiadał umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej i zaprezentował oryginalne rozwiązania istotnych problemów naukowych.

Podsumowując, rozprawa doktorska mgr Macieja Ossowskiego spełnia ustawowe, formalne i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim z dziedziny fizyki teoretycznej. **Wnoszę o dopuszczenie mgr Ossowskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego, w tym do publicznej obrony rozprawy doktorskiej.** Co więcej, wnioskuję o **wyróżnienie** omawianej pracy doktorskiej. Zaprezentowane wyniki stanowią istotny krok naprzód w rozumieniu rozwiązań z parametrem NUT w ogólnej teorii względności. Istotność tego kroku należy oceniać w kontekście historycznym zagadnienia. Rozwiązania z parametrem NUT od ponad siedemdziesięciu lat stanowią wyzwanie dla fizyki teoretycznej. Jest to wyzwanie, z

którym zmagalo się już kilka pokoleń relatywistów. Pomimo to, Pan Maciej Ossowski znalazł nowatorski sposób na zmierzenie się z tym zagadnieniem.

A stylized, handwritten signature in black ink, consisting of several loops and a long horizontal stroke at the bottom.

dr hab. Sebastian Szybka, prof. UJ