



dr hab. Kamila Kowalska, prof. NCBJ
Narodowe Centrum Badań Jądrowych
ul. Pasteura 7
02-093 Warszawa

Warszawa, 30 czerwca 2025

Recenzja rozprawy doktorskiej
mgr. Mateusza Czai
„Multiloop Corrections to Semileptonic Decays of the B Meson”

Przedstawiona do oceny rozprawa doktorska pana mgr. Mateusza Czai, przygotowana na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego pod kierunkiem pana prof. dr. hab. Mikołaja Misiaka, poświęcona jest obliczeniu poprawek NNLO do inkluzywnego semileptonowego rozpadu mezonu B . Wielkością szczególnie interesującą dla tego procesu jest spektrum w masie niezmienniczej pary leptonów w wiodącym rzędzie rozwinięcia ciężkich kwarków. To tzw. spektrum q^2 może służyć do precyzyjnego wyznaczenia elementu $|V_{cb}|$ macierzy CKM, który odgrywa kluczową rolę w zrozumieniu struktury zapachowej Modelu Standardowego. We współczesnej fizyce cząstek elementarnych poprawki wyższych rzędów nabierają coraz większego znaczenia. Eksperymenty akceleratorowe, takie jak Wielki Zderzacz Hadronów, gromadząc ogromne ilości danych, wkraczają powoli w fazę pomiarów precyzyjnych. To z kolei motywuje zwiększenie dokładności także po stronie obliczeń teoretycznych. Poprzez wyznaczenie spektrum q^2 w rzędzie NNLO, rozprawa doktorska mgr. Czai wnosi swój wkład w ten zbiorowy wysiłek.

Praca opiera się na artykule opublikowanym w czasopiśmie *Journal of High Energy Physics*. Napisana jest po angielsku, liczy 164 strony i składa się ze wstępu, 3 rozdziałów, zakończenia oraz bibliografii liczącej 235 pozycje. Rozprawa ma dość nietypową konstrukcję, przeplata bowiem dyskusję teoretycznych aspektów obliczeń diagramów wielopętlowych z przykładem ich praktycznego zastosowania przy obliczaniu jednego z czterech diagramów dających wkład do inkluzywnego semileptonowego rozpadu mezonu B na poziomie NLO. Biorąc pod uwagę bardzo techniczny charakter rozprawy, taki układ doskonale się sprawdza, umożliwia bowiem zrozumienie poszczególnych etapów obliczeń nawet czytelnikom, którzy na co dzień nie wykonują tego typu rachunków. Dzięki temu praca mgr. Czai, poza prezentacją oryginalnych rezultatów, ma także duże walory dydaktyczne.

We wstępie (*“Introduction”*) Autor motywuje potrzebę rozwijania obliczeń precyzyjnych we współczesnej fizyce cząstek elementarnych. Wyjaśnia, dlaczego inkluzyny semileptonowy rozpad mezonu B jest tu szczególnie interesujący, a także zarysowuje strategię wyznaczenia spektrum q^2 dla tego procesu. Co ważne, dokładnie tłumaczy, na czym polega jego oryginalny wkład do tych obliczeń, a mianowicie wyznaczenie wkładów rzędu $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, z uwzględnieniem kanałów rozpadu zawierających zarówno jeden, jak i trzy kwarki c .

Rozdział pierwszy (*“Feynman Integrals”*) zawiera obszerne streszczenie teorii obliczania diagramów Feynmana. Rozpoczynając od sformułowania teorii funkcji Greena w języku całek po trajektoriach, Autor prowadzi czytelnika do wyrażenia, które jest punktem wyjściowym dla wszystkich rachunków przedstawionych w rozprawie (równanie (1.112)): wzoru na szerokość rozpadu jako części urojonej tzw. jednocząstkowego nieprzywiedlnego diagramu Feynmana, opisującego rozpraszanie “do przodu” kwarka b . Dwupętłowy przykład takiego diagramu omówiony jest w podrozdziale 1.3. Następnie Autor dyskutuje problem rozbieżności ultrafioletowych, jakie nieodłącznie pojawiają się przy obliczaniu poprawek promienistych, oraz sposoby ich regularyzacji. Omówione są też algebra macierzy gamma oraz algebra grupy symetrii cechowania chromodynamiki kwantowej. W podrozdziale 1.7 kontynuowane jest obliczanie wkładu do spektrum q^2 od diagramu dwupętłowego, który zostaje sprowadzony do sumy całek skalarnych.

Rozdział drugi (*“The IBP Reduction and its Applications”*) poświęcony jest omówieniu nowoczesnych metod radzenia sobie z obliczeniem całek skalarnych oraz sposobami automatyzacji tego procesu. Jedną z nich jest redukcja wykorzystująca całkowanie przez części (IBP), umożliwiającą znalezienie tożsamości matematycznych spełnianych przez całki skalarnie i w efekcie znaczące zmniejszenie liczby całek, które trzeba obliczyć. Do wykonania tego ostatniego kroku służą techniki matematyczne takie jak metoda równań różniczkowych, metoda formy ϵ oraz pływ masy niezmienniczej. Zastosowanie tych metod do obliczenia znanego nam już diagramu dwupętłowego przedstawione jest w podrozdziałach 2.2, 2.4 i 2.6.

W rozdziale trzecim (*“Semileptonic Decay of the B Meson”*) Autor wyprowadza przybliżenie, poprawne we wszystkich rzędach w QCD, które pozwala wyrazić spektrum q^2 dla inkluzywnego semileptonowego rozpadu mezonu B jako szerokość rozpadu w inkluzywnym procesie $B \rightarrow X_c Q$, gdzie Q jest pomocniczym polem bozonowym o właściwościach bozonu W , ale z masą równą $\sqrt{q^2}$. Następnie uzasadnia, dlaczego w wiodącym rzędzie rozwinięcia ciężkich kwarków można zastąpić mezon B w powyższym wyrażeniu kwarkiem b i obliczyć jego szerokość rozpadu posługując się rachunkiem zaburzeń. W ostatnich trzech podrozdziałach przedstawione są oryginalne wyniki rozprawy mgr. Czai: spektrum q^2 dla inkluzywnego semileptonowego rozpadu mezonu B w rzędach LO, NLO i NNLO w poprawkach QCD. Wyznaczenie tych ostatnich wymagało rozważenia 39 odrębnych trzypętłowych diagramów Feynmana oraz obliczenia wynikających z nich 8275 unikatowych całek skalarnych. W poszczególnych krokach tej skomplikowanej analizy Autor wykorzystywał różne ogólnodostępne kody numeryczne. Okazuje się, że dla dominującego kanału rozpadu z jednym kwarkiem c , wkłady rzędu NNLO mogą zmienić spektrum q^2 średnio co najwyżej o 2%. Wyniki te zostały skonfrontowane z rezultatami podobnej analizy, wykonanej w tym samym czasie przez inną grupę i cytowanej jako pozycja [67], wykazując doskonałą zgodność. W rozprawie uwzględniono również, po raz pierwszy w literaturze, kanał rozpadu z trzema kwarkami c , wykazując, że jego wkład do spektrum q^2 jest rzeczywiście bardzo mały (tak jak do tej pory zakładano, ale bez wykonywania konkretnych rachunków).

Rozprawę zamyka podsumowanie uzyskanych rezultatów oraz technik ich wyprowadzenia. Zna-

lazło się tu także omówienie możliwych kierunków, w których zaprezentowana analiza mogłaby zostać rozszerzona. Jest to element, którego często brakuje w rozprawach doktorskich, a który dowodzi szerszego spojrzenia mgr. Czai na własną dziedzinę badań. Szczególnie interesujące w tym kontekście wydaje się rozważenie poprawek wyższego rzędu od elektrodynamiki kwantowej, nad którym Autor obecnie pracuje.

Rozprawa doktorska mgr. Mateusza Czai dowodzi jego szerokiej wiedzy oraz głębokiej znajomości technik rachunkowych współczesnej fizyki teoretycznej. Autor wykazał się zrozumieniem wielu aspektów tej prężnie rozwijającej się dziedziny, od kwantowej teorii pola, poprzez czysto matematyczne aspekty obliczeń, takie jak teoria równań różniczkowych, aż do biegłej obsługi dedykowanych narzędzi numerycznych. Przedstawione w pracy oryginalne rezultaty, dotyczące poprawek NNLO do spektrum q^2 dla inkluzywnego semileptonowego rozpadu mezonu B , mają dużą wartość naukową w dziedzinie rachunków precyzyjnych. Biorąc dodatkowo pod uwagę fakt, że praca napisana jest w sposób przejrzysty, bardzo dobrym językiem, i że właściwie brak w niej błędów edytorskich, może być ona traktowana jako podręcznik współczesnych technik obliczeniowych w rachunkach wielopętlowych.

Na zakończenie warto też dodać, że poza artykułem, na którym opiera się jego rozprawa doktorska, mgr Czaja jest współautorem jeszcze dwóch innych prac, opublikowanych w wiodących czasopismach w dziedzinie cząstek elementarnych.

Podsumowując, rozprawa mgr. Mateusza Czai pt. „*Multiloop Corrections to Semileptonic Decays of the B Meson*” **spełnia warunki stawiane pracom doktorskim** przez ustawę z dnia 20 lipca 2018 r Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (tekst jednolity: Dz. U. z 2024 r. poz. 1571 z późn. zm.). W związku z tym wnoszę o dopuszczenie mgr. Mateusza Czai do dalszych etapów postępowania doktorskiego.



Kamila Kowalska

