

Abstract

This thesis delves into the fundamental quantum resources, say quantum coherence, entanglement and purity, that are essential for the development and optimization of quantum technologies. We study quantum speed limits, resource generation, and the impact of these resources on quantum algorithms and noisy quantum circuits.

As in many quantum technologies, one has to convert a collection of states through some unitary dynamics (in the lab), we introduce a novel notion of quantum speed limits which concerns transforming a collection of quantum states simultaneously, such as converting a basis into maximally coherent bases and basis permutation. The speed limits are particularly important when there is a limitation to implement arbitrarily many types of dynamic in the lab. We derive tight bounds for these transformations in systems of lower dimensions and establish general bounds for multi-qubit and higher-dimensional Hilbert spaces. Additionally, we present exact expressions for the speed limit of basis permutations in Hilbert spaces of arbitrary dimension. Using the tools we developed, we explore the minimal time needed to generate a specific amount of coherence under unitary evolution and building on it, we define the concept of the coherence-generating capacity of Hamiltonians, which measures the maximal rate at which coherence can be generated by a quantum system. Using the relative entropy of coherence as a figure of merit, we derive closed-form expressions for Hamiltonians and quantum states that achieve this maximum under the constraint of a bounded Hilbert-Schmidt norm for the Hilbert spaces of arbitrary dimension. These results provide valuable insights for optimizing quantum coherence in various quantum tasks. For the qubit systems, we find a complete characterization of the problem of coherence generation rate by a given Hamiltonian.

We further examine the role of quantum coherence and entanglement in quantum algorithms, focusing on the Bernstein-Vazirani algorithm and its probabilistic variant. We find an analytic relation connecting the performance of the algorithm with the coherence of the initial state. Our analysis further reveals that excessive entanglement can hinder optimal performance. In the context of quantum computation with mixed states, we demonstrate that pseudo-pure states can achieve optimal performance of this algorithm for a given level of purity.

We further study the resources in restricted model of computations in which

a unitary is controlled by a single qubit and we show that the one clean qubit model can provide computational advantages even with minimal entanglement, coherence, and general quantum correlations. Motivated by the fact that the one clean qubit model provides computational advantages while working with a register of qubits in the fully mixed states, we then study if similar circuits could lead to some computational advantages in the case each gate in the computer happens to be noisy. For this, we consider a noise model inspired by superconducting cat qubits, which only introduces bit-flip after each gate of computation, and we show that using the asymmetry (which technically is called biasedness) of the noise (as only bit-flip errors are involved) and the coherence of the control qubit, one can design a class of noisy circuits which are highly resilient to the noise. However, we further show that this class of circuits is classically simulable. Using the simulability of these circuits, we establish a novel way, to benchmark the biasedness of the noise at the scale of the whole circuit. This benchmark protocol is particularly important as having this noise model is crucial for the scalability of the cat qubit circuits and it is not clear if they can maintain this property in large circuits due to crosstalks and correlated errors. The protocol is sensitive to these effects and is capable of validating the performance of circuits with up to 10^6 gates under realistic noise models, extending beyond traditional Pauli noise models.

Together, these results pave the way and show new directions for a more rigorous and comprehensive understanding of how various quantum resources can be quantified, optimized, and leveraged to enhance the performance and reliability of quantum technologies.

Streszczenie

Praca ta zagłębia się w tematykę podstawowych zasobów kwantowych, takich jak spójność kwantowa, splątanie i czystość, które są niezbędne do rozwoju i optymalizacji technologii kwantowych. Badamy kwantowe ograniczenia prędkości, generowanie zasobów oraz wpływ tych zasobów na algorytmy kwantowe i szumy w obwodach kwantowych.

Ponieważ w wielu technologiach kwantowych należy przekształcać zbiór stanów poprzez dynamikę unitarną (w laboratorium), wprowadzamy nową koncepcję kwantowych ograniczeń prędkości, która dotyczy jednoczesnych transformacji zbioru stanów kwantowych, takich jak konwersja bazy na bazy maksymalnie spójne i permutacja baz. Ograniczenia prędkości są szczególnie ważne, gdy istnieje przeszkoda w implementacji dowolnie wielu typów dynamiki w laboratorium. Wyprowadzamy ściśle ograniczenia dla tych transformacji w systemach o niższych wymiarach i ustalamy ogólne ograniczenia dla systemów wielokubitowych i przestrzeni Hilberta o wyższych wymiarach. Dodatkowo, przedstawiamy analityczne wyrażenia na ograniczenia dla permutacji baz w przestrzeniach Hilberta o dowolnym wymiarze. Korzystając z opracowanych narzędzi, badamy minimalny czas potrzebny do wygenerowania określonej ilości spójności poprzez ewolucję unitarną i na tej podstawie definiujemy pojęcie zdolności generowania spójności przez hamiltoniany, które mierzy maksymalną szybkość, z jaką spójność może być generowana przez system kwantowy. Używając względnej entropii spójności jako kryterium, wyprowadzamy ściśle wyrażenia na hamiltoniany i stany kwantowe, które osiągają to maksimum pod warunkiem ograniczonej normy Hilberta-Schmidta, dla przestrzeni Hilberta o dowolnym wymiarze. Te wyniki dostarczają cennych informacji na temat optymalizacji spójności kwantowej w różnych zadaniach kwantowych. W systemach qubitowych znajdujemy pełne rozwiązanie problemu szybkości generowania spójności przez dany Hamiltonian.

Dalsze badania dotyczą roli spójności kwantowej i splątania w algorytmach kwantowych, skupiając się na algorytmie Bernsteina-Vaziraniego i jego odmianie probabilistycznej. Znajdujemy analityczną zależność łączącą wydajność algorytmu ze spójnością stanu początkowego. Nasza analiza ujawnia również, że nadmierne splątanie może obniżać optymalną wydajność. W kontekście obliczeń kwantowych z użyciem stanów mieszanych, wykazujemy, że stany pseudoczyste mogą osiągnąć optymalną wydajność tego algorytmu dla pewnego poziomu czystości.

Kolejne rozważania dotyczą zasobów w szczególnym modelu obliczeń, w którym bramka unitarna jest kontrolowana przez jeden qubit, i wykazujemy, że model jednego czystego qubitów może zapewnić przewagę obliczeniową nawet przy minimalnym splątaniu, spójności i ogólnych korelacjach kwantowych. Motywowani faktem, że model jednego czystego qubitów zapewnia przewagi obliczeniowe, gdy dostępna jest pewna ilość qubitów znajdujących się w stanie w pełni mieszanym, badamy, czy podobne obwody mogą prowadzić do przewag obliczeniowych w przypadku, gdy wszystkie bramki w komputerze są zaszumione. W tym celu rozważamy model szumu inspirowany nadprzewodzącymi qubitami w stanie kota Schrödingera, który wprowadza jedynie błąd typu bit-flip po każdej bramce obliczeniowej, i wykazujemy, że dzięki asymetrii szumu (również zwanej stronniczością) oraz spójności qubitów kontrolnego, można zaprojektować klasę zaszumionych obwodów wysoce odpornych na szum. Pokazujemy jednak również, że ta klasa obwodów jest symulowalna klasycznie. Korzystając z symulowalności tych obwodów, wprowadzamy nowy sposób ustalania punktu odniesienia dla stronniczości szumu w skali całego obwodu. Taki protokół oceny jest szczególnie ważny, ponieważ model szumu jest kluczowy dla skalowalności obwodów qubitów w stanie kota Schrödingera i nie jest jasne, czy będą one w stanie utrzymać tę właściwość w dużych obwodach z powodu przesłuchu i skorelowanych błędów. Protokół jest zdolny do wykrywania tych efektów i weryfikacji wydajności obwodów zawierających do 10^6 bramek w realistycznych modelach szumu, wykraczających poza tradycyjne modele szumów Pauliego.

Wspólnie, te wyniki wskazują ścieżki i wyznaczają nowe kierunki dla bardziej ścisłego i kompleksowego zrozumienia, jak różne zasoby kwantowe mogą być kwantyfikowane, optymalizowane i wykorzystywane do poprawy wydajności i niezawodności technologii kwantowych.