

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Moeina Naseriego

Quantum Resources in Quantum Technologies

Uwagi wstępne. Podstawą merytoryczną przedłożonej dysertacji są cztery artykuły, których Doktorant jest współautorem. Trzy z nich ukazały się w dobrych lub bardzo dobrych czasopismach (Quantum Information and Computation, Physical Review A, New Journal of Physics), natomiast jeden z artykułów dostępny jest jedynie w bazie arXiv (pierwsza jego wersja została umieszczona w bazie w maju 2023 i od tego czasu artykuł był kilkakrotnie aktualizowany, a zmiany w nim zachodzące były znaczące). Warto nadmienić, że Doktorant jest współautorem jeszcze jednej publikacji (arxiv.org/abs/2311.11820), która jest blisko związana z tematyką rozprawy, niemniej jednak nie została do niej włączona.

Na końcach rozdziałów 3 i 5-6 Doktorant podaje swój wkład w publikacje. Na podstawie tych oświadczeń można wnioskować, że jego udział w uzyskanie wyników prac [SNS24] i [FAND*23] był znaczący. W rozprawie brak jest deklaracji udziału w pracach [NMB*24] oraz [NKG*22], jednak są to prace z pierwszym autorstwem Doktoranta i uzasadnione jest założenie, że jego wkład był co najmniej bardzo istotny, jeśli nie dominujący. Szkoda jednak, że do rozprawy nie zostały załączone oświadczenia współautorów wskazujące w sposób bardziej szczegółowy na ich udział w pracach.

Przedłożona rozprawa napisana została w języku angielskim (zgodnie z wymogami przetłumaczono na język polski streszczenie). Język rozprawy jest dobry i czytelny. W dobie szerokiej dostępności nowoczesnych narzędzi wspomagających proces edytorski poprawność językowa rozpraw szybko staje się normą, jednak należy ten fakt odnotować i mimo wszystko docenić. Doktorant zdecydował się na przedłożenie dysertacji w tradycyjnej (jeszcze) formie, czyli dłuższego opracowania omawiającego uzyskane przez siebie i współpracowników wyniki, które zostały wcześniej opublikowane w formie artykułów naukowych. Rozprawa ma w ogólności logiczną strukturę odpowiednią do omawianych publikacji.

Zawartość pracy i ocena merytoryczna. W pracy rozważono różne zagadnienia dotyczące zasobów kwantowych w kontekście przetwarzania informacji, w tym obliczeń kwantowych.

Rozdział 2 oferuje nowatorskie podejście do zagadnienia szybkości ewolucji kwantowej, analizując transformacje pełnych baz zamiast pojedynczych stanów. W badaniach skupiono się głównie na bazach nieobciążonych (*unbiased*). Zaprezentowano szereg interesujących rezultatów w tym zakresie, badając zależności minimalnych czasów od wymiarów oraz wpływ oddziaływań. Pokazano m.in. że proste intuicje dotyczące zależności od wymiarów są tutaj zawodne. Rozwinięte narzędzia pozwoliły na przeanalizowanie ciekawego zagadnienia szybkości generowania określonej ilości spójności podczas ewolucji unitarnej stanu. W mojej, bądź co bądź subiektywnej, opinii rozdział ten nie został niestety najlepiej napisany i brakuje w nim dobrego wprowadzenia analizowanego schematu; trzeba się bardzo mocno wczytać, aby w pełni zrozumieć niuanse zagadnienia. Zabrakło mi trochę także podania konkretnych zastosowań, które zostały wymienione bardzo ogólnie. W kontekście przedstawionych wyników nasuwają się pytania o pewne uogólnienia. Na przykład: (i) jakich efektów można się spodziewać, jeśli rozważymy transformacje baz produktowych w bazy (maksymalnie) splątane? (ii) czy ma sens rozpatrywanie transformacji pomiędzy bazami nieortogonalnymi?

Rozdział 3 wprowadza pojęcie zdolności Hamiltonianu do generowania spójności (*coherence generating capacity of a Hamiltonian*), $C_{\text{gen}}(H)$. Wielkość ta zdefiniowana jest przy użyciu entropii względnej spójności (*relative entropy of coherence*). Wyznaczono ją w przypadku kubitowym dla dowolnych

Hamiltonianów. Udowodniono także ciekawy związek $C_{\text{gen}}(H)$ zmaksymalizowanej po Hamiltonianach o ograniczonej normie H-S z wariancją zaskoczenia (*surprise*). Rozdział ten jest mocno techniczny i zabrakło w nim np. przybliżeń jaki jest sens wariancji zaskoczenia albo próby intuicyjnego uchwycenia wyniku uzyskanego w twierdzeniu (3.23). Pewną wadą jest także przedstawienie zagadnienia w zupełnym oderwaniu od wyników osiągniętych w [NMB*24] a omówionych w rozdziale 2.5, a także szerszego przybliżenia adekwatnej literatury, która jest cytowana w rozdziale (jest to szczególnie istotne w obliczu faktu, że otrzymane formuły i metody ich uzyskania są analogiczne do tych pokazanych w [Bra07] i [RW15]).

Rozdział 4 wprowadza i analizuje probabilistyczną wersję algorytmu Bernsteina-Vaziraniego (BV), której celem jest maksymalizacja prawdopodobieństwa poprawnego odgadnięcia sekretne go ciągu bitów, zdefiniowanego w duchu zagadnienia rozróżnialności kanałów kwantowych, przy jednym użyciu wyroczni (*oracle*). Tak postawione zagadnienie pozwala na szczegółowe zbadanie roli zasobów kwantowych – takich jak splątanie, spójność i czystość – w osiąganiu optymalnej wydajności. Jest to niewątpliwie interesujące podejście, które może aspirować do ogólności i znaleźć zastosowanie również w innych zagadnieniach. Głównymi wynikami tego rozdziału są wykazanie zależności między wydajnością protokołu a ilością spójności w stanie wejściowym oraz pokazanie, że nadmierne splątanie (*excessive entanglement*), może ograniczać efektywność protokołu. Ten ostatni efekt można traktować jako wynik komplementarny do pokazanego w [GFE09]. Rozważono także użycie stanów mieszanych o ograniczonej z góry czystości i uzyskano odpowiednie związki analityczne. W rozdziale zabrakło próby interpretacji efektu nadmierności splątania, a nawet postawienia odpowiedniego pytania.

Rozdziały 5- 6 przedstawiają wyniki badań opublikowanych w [FAND+23] oraz w niewielkim zakresie w [NKG+22], przy czym bardzo słusznie Doktorant zdecydował się na przeniesienie omówienia części wyników tej ostatniej publikacji. Choć przywołane badania z [NKG+22] są ważne dla spójności koncepcyjnej całej pracy, w poniższym krótkim podsumowaniu treści rozdziałów skupię się wyłącznie na wynikach publikacji [FAND+23]. Rozważono w niej konstrukcję odpornych testów Hadamarda w schematach z obciążonym szumem (*biased noise*), które mogą być wiernie realizowane przy jedynie wielomianowym koszcie powtórzeń algorytmu. Przyjęcie odpowiedniego modelu szumu motywowane jest istniejącymi rozwiązaniami eksperymentalnymi (*stabilized cat qubits*). Kluczowym elementem konstrukcji jest użycie ograniczonego zbioru bramek, pozwalających zachować typ szumu podczas realizacji obwodu. Pozwala to na ograniczenie propagacji błędów do rejestru pomiarowego (*measured register*). Okazuje się, że rodzina rozważanych testów jest efektywnie klasycznie symulowalna, a odpowiedni algorytm można wykorzystać do konstrukcji protokołu testowania wzorcowego (*benchmarking*) obciążoności szumu w obwodach kwantowych. Otrzymany test jest skalowalny i zdolny do wykrywania efektów szumu typowo niemożliwych do wykrycia w tomografii pojedynczych bramek. Omawiane w rozdziałach 5-6 wyniki pracy [FAND+23] stanowią w mojej opinii najciekawsze części przedłożonej dysertacji; są przy tym zdecydowanie najbardziej zaawansowane technicznie. Publikacja [FAND+23] ma nieco odmienny charakter niż pozostałe prace uwzględnione w dysertacji, prezentując mniej sformalizowany punkt widzenia na zagadnienie zasobów. Warto jednak podkreślić, że Doktorant sprawnie zintegrował te publikacje, tworząc spójną i logiczną strukturę rozprawy.

W ogólności, przeprowadzone przez Doktoranta i współpracowników badania są dobrze uzasadnione i zostały przeprowadzone w sposób rzetelny. Uzyskane wyniki są ciekawe i mają istotną wartość naukową.

Uwagi, komentarze, pytania. Doktorant przedstawił dysertację w formie obszernego omówienia, ale zdecydowanie nie wykorzystał możliwości, jaką ona daje. Główne rozdziały pracy są przeformułowanymi publikacjami i nie rozszerzają ich w istotny sposób w zakresie prezentacji, wyjaśniania pojęć, czy schematów. Dowody pozostały zasadniczo w niezmienionej formie, a niektóre przejścia i uzasadnienia nie zostały rozwinięte względem wersji opublikowanych, co byłoby bardzo korzystne dla przejrzystości rozprawy. Rozdział 1, który powinien wprowadzać w tematykę i przybliżać stosowaną terminologię jest według mnie zbyt zwięzły przy tak przyjętej strukturze i dostarcza zbyt mało intuicji dotyczących poruszanych zagadnień. Rozdział 1.6 - w szczególności rozdziały 1.6.2 i 1.6.3 - jest bardzo ogólnikowy i niewątpliwie skorzystałby na rozszerzeniu.

Praca prawdopodobnie nie została w całości złożona w systemie stanowiącym obecnie standard w publikacjach i dysertacjach lub wykorzystano w niej niestandardowe pakiety, co znacząco negatywnie wpłynęło na stronę wizualną w przypadku wzorów matematycznych. Są one w bardzo wielu miejscach mało czytelne i trudne w odbiorze, a ich forma jest wyraźnie nieestetyczna. Dodatkowo, w wielu miejscach widoczne są problemy z justowaniem tekstu (skrajny tego przykład znajdziemy już na stronie 1). Przykłady niewystarczającej staranności przy składaniu tekstu można znaleźć np. na stronach 45, 116 oraz 122. Wybrane uwagi dotyczące zauważonych usterek redakcyjnych wymieniam w dalszej części. Zdaję sobie przy tym sprawę, że niemożliwe jest uniknięcie pewnej ich liczby w rozprawie o takiej długości.

Spis literatury (*Bibliography*) oraz *Publications* zostały przygotowane z małą dbałością. Pozycje literaturowe nie są opisane w sposób spójny: brak jest konsekwencji w zapisie autorów, nazw czasopism, czy też dat. W rozdziale *Publications*, w pozycji [FAND*23], której Doktorant jest w końcu współautorem, jest błąd w tytule - powinno być *for* zamiast *with* (błąd ten został skorygowany w *Bibliography*). Ponadto, pozycje BCP14a i BCP14b oraz HHHH09a i HHHH09b są parami tożsame i każda z tych pozycji jest cytowana w głównym tekście. Pozycja [Pro] powinna zdecydowanie znaleźć się w głównym tekście. Obszernie cytowana pozycja [Sha19] jest niekompletnie opisana w spisie. Ponadto, uważam, że w literaturze przedmiotu znajdziemy odpowiedniejsze pozycje, w tym prace źródłowe. Przykładów braku cytowania takich właśnie prac znajdziemy więcej, np. przy twierdzeniu 1.2 cytowana jest [CLM*14] [nawiasem mówiąc, wbrew temu co czytamy w głównym tekście na stronie 7 nie jest to rozprawa (*thesis*)], a pod wzorem (1.30) znajdujemy odnośnik do [DC17] zamiast [MT45].

Doktorant nadmiernie mnoży odnośniki do własnych prac. Wynika to najpewniej z chęci podkreślenia autorstwa/współautorstwa choćby najmniejszego wyniku lub stwierdzenia, ale tak częste przywoływanie swoich prac jest wręcz irytujące dla czytelnika (dotyczy to po części także innych prac). Dla potwierdzenia przytoczę kilka liczb: w rozdziale 2 odnośnik do pracy [NMB*24] znalazł się ponad 80 (sic!) razy, w dziesięciostrońnicowym rozdziale 3 odnośnik do [SNS24] znajdujemy 17-krotnie, w rozdziale 4 – blisko 50 razy znajdujemy odniesienie do [NKG*22], podobnie w rozdziałach 5-6 i załącznikami do [FAND*24].

Pozostałe uwagi i komentarze oraz pytania przedstawiam w formie list. Zacznę od pytań, które nasunęły mi się podczas lektury dysertacji.

- (1) Rozdział 2: z czego wynika górne ograniczenie na czas ewolucji układu?
- (2) Dlaczego zdefiniowanie *coherence generating capacity* jak w równaniu (3.2) jest rozsądne lub właściwe?
- (3) Lemat 3.1: ciąg równości w dowodzie opiera się na pewnych nietrywialnych własnościach macierzy, które nie zostały przytoczone; w jaki sposób hermitowskość macierzy A jest istotna dla tezy tego lematu?
- (4) Jaka jest postać wyrażenia w (3.23) po wstawieniu optymalnego rozkładu? W jaki sposób funkcja zależy od wymiaru d ? Jakie warunki spełnia γ z optymalnego rozkładu?
- (5) W rozdziale 3.5 czytamy: *it remains uncertain whether this optimization problem can be solved analytically or via semidefinite programming*. Nie jest dla mnie jasne oczekiwanie, że SDP mogłoby być w tym przypadku w ogóle użyteczne do znalezienia optymalnego rozwiązania. Może rozsądniejsze byłoby rozważenie, czy odpowiednio sformułowane programy nie dałyby jedynie pewnych ograniczeń? Nawet taki kierunek badań wymagałby jednak dobrego uzasadnienia.
- (6) Czy użycie POVM-ów jest konieczne do osiągnięcia optymalnej wydajności w probabilistycznym protokole BV (rozdział 4), czy może w niektórych scenariuszach pomiary rzutowe (*projective measurements*) są jednak wystarczające?
- (7) Jak wyglądałby uogólniony protokół BV rozważany w rozdziale 4 i jakich efektów należałoby się spodziewać w przypadku wielu sekretnych łańcuchów? Jaki jest związek badanego schematu z uogólnieniem problemu BV rozważonym w niedawnej pracy *Quantum Inf Process* 22, 244 (2023)?
- (8) Jak konkluzja (ostatni paragraf) rozdziału 5.2 w części dotyczącej spójności ma się do stwierdzenia rozdziału 5.3 (pierwszy paragraf), że spójność jest jednym z kluczowych zasobów w prezentowanym podejściu?

- (9) W jaki sposób obciążoność (*biasedness, asymmetry*) szumu może być traktowana formalnie jako zasób w zagadnieniach rozważanych w rozdziałach 5-6 (p. paragraf otwierający rozdział 5.3)?
- (10) Czy w przyjętym modelu szumu można osiągnąć skalowalność i odporność na szum układów innego typu niż test Hadamarda? Jakie przeszkody by się z tym wiązały oraz jakie są warunki konieczne osiągnięcia kwantowej przewagi?

Inne uwagi i komentarze.

- (11) Strona 4, rozdział 1: czytamy *Using the convexity property of $S(\rho)$* (...); entropia von Neumanna jest wklęsła (*concave*) w ρ .
- (12) Pojęcie monotonu (*monotone*) nie jest formalnie zdefiniowane; można przypuszczać, że chodzi o miary (*measures*) z definicji 1.2.
- (13) Strona 8, twierdzenie 1.3: tutaj jednak przydałby się odnośnik do odpowiedniej pracy. Brakuje określenia, czym jest majoryzacja w przypadku stanów czystych.
- (14) Lemat 2.3 jest raczej dobrze znanym faktem.
- (15) Strona 44, lemat 3.1: warto było mimo wszystko przypomnieć czytelnikowi czym jest Δ .
- (16) Nie pokazano jaką wartość osiąga wyrażenie (3.44) dla uzyskanego rozwiązania numerycznego dla ρ_{00} ; wartości tej nie znajdziemy też w publikacji i czytelnik zmuszony jest do samodzielnego jej wyznaczenia.
- (17) Rozdział 4 korzysta z pojęcia POVM nie definiując formalnie, czym takie pomiary są. Nawiasem mówiąc, w tekście używane jest wielokrotnie rozwinięcie *positive operator-valued measure(s)*, co nie jest konieczne po wprowadzeniu odpowiedniego skrótowca.
- (18) Trzecia linijka pod wzorem (5.11): co oznacza zapis $\alpha \subset \text{supp}(I_n)$? α i $\text{supp}(\cdot)$ są obiektami innego typu.

Wybrane uwagi dotyczące strony redakcyjnej.

- (19) Pierwsze zdanie rozprawy: użycie *say* jest niestosowne.
- (20) W kilku miejscach *it's/there's/let's* zamiast bardziej formalnych *it is/there is/let us*.
- (21) Brak konsekwencji w oznaczeniach dla macierzy jednostkowej i operatora identycznościowego.
- (22) Brak jednostki urojonej we wzorze (1.10).
- (23) Wzór (1.19) i uwaga pod nim przyjmują zakres indeksu $i = 1, 2, \dots, d$, podczas, gdy w pozostałej części pracy jest to $i = 0, 1, \dots, d - 1$.
- (24) Strona 10: *has been studied* zamiast *have been studied*. Strona 11: *ot* zamiast *to* (druga linijka), *let* zamiast *Let* (twierdzenie 1.5). Strona 85: *gates* zamiast *gate* (czwarta linijka rozdziału 5.3.1).
- (25) Intensywny wysiłek włożony w przeformułowanie tekstów publikacji skutkuje w niektórych miejscach mało fortunnymi terminami, np. *exertion* w odniesieniu do unitarnej ewolucji (strona 32) lub innymi niedociągnięciami np. użycie *pro regarding* (strona 32).
- (26) Strona 35, przedostatnie zdanie rozdziału 2.3.3: zamiast *Eq. (2.19)* powinno być *Eq. (2.89)*.
- (27) Strona 41, przed wzorem (2.127): powinno być *Theorem 2.4* zamiast *Lemma 2.4*.
- (28) Rozdział 2.6, pierwsze zdanie: powinno być *minimum* zamiast *maximum*.
- (29) Strona 44, wzór (3.2): powinno być $dC_r(\dots)$ zamiast $C_r(\dots)$ (jest to powielenie usterki z publikacji).
- (30) Czytelność wzorów znacząco by się zwiększyła, gdyby indeks i oraz jednostka urojona były pisane inaczej; widoczne jest to np. w równaniach (4.80)-(4.81).
- (31) Rozdział 3.1: użycie kwadratowych nawiasów w sytuacji, gdy mamy jednocześnie do czynienia z komutatorami wydaje się nie być najlepszym wyborem; wzory (3.15)-(3.18) są trudne w odbiorze.
- (32) Lemat 3.2 dotyczy funkcji typu $f(\mathbf{p})$, ale nie w postaci zdefiniowanej we wzorze (3.19); należy przyjąć w nim $p_i = \rho_{ii}$, zabrakło tej uwagi w tym miejscu (dopiero na stronie 49 jest to wspomniane). Nawiasem mówiąc, czy nie lepiej dla czytelności byłoby sformułować ten lemat właśnie przy użyciu $f(\mathbf{p})$?
- (33) Pierwsza linijka pod wzorem (4.100): powinno być $|-_D\rangle$ zamiast $|-D\rangle$.
- (34) Rozdział 5.1: powinno być $|\psi\rangle = B \otimes_{i=1}^n |\varphi_i\rangle$ zamiast $|\psi\rangle = B \otimes \otimes_{i=1}^n |\varphi_i\rangle$.

- (35) Definicja 6.1 jest sformatowana inaczej niż pozostałe definicje (podobnie jest w publikacji), co jest trochę mylące.
- (36) Podwójna numeracja wymagań algorytmu C w twierdzeniu 6.1, np. 1. (I) (usterka wynikająca z mało uważnego przenoszenia tekstu z publikacji).
- (37) Strona 89, piąta linijka nad wzorem (5.17) oraz twierdzenie 5.4: powinno być $n \cdot \sigma$ zamiast $n . \sigma$.
- (38) Używanie zamiennie zapisów $U = W \times V$ oraz $U = W \cdot V$.

Podsumowanie i uwagi końcowe. Podjęte przez Doktoranta badania dotyczą ważnych i bardzo aktualnych zagadnień. Jego praca doktorska zawiera istotne rezultaty o praktycznym znaczeniu, które z pewnością zostaną pozytywnie przyjęte w środowisku naukowym i z dużym prawdopodobieństwem będą dalej rozwijane oraz pogłębiane w przyszłych badaniach. Doktorant wykazał się stosowną biegłością w stosowaniu odpowiednich narzędzi specjalistycznych, solidną znajomością aktualnej literatury przedmiotu oraz dobrą wiedzą ogólną. Elementy te wskazują na jego umiejętność prowadzenia pracy naukowej na wysokim poziomie.

Choć w swojej recenzji zawarłem szereg uwag i komentarzy krytycznych, pozytywne strony dysertacji, przede wszystkim wartość naukowa uzyskanych wyników, zdecydowanie przeważają. **Uważam, że przedłożona dysertacja spełnia wymagania stawiane pracom doktorskim i niniejszym wnioskuje o dopuszczenie Pana mgra Moeina Naseriego do kolejnych etapów przewodu doktorskiego.**