

Streszczenie

Czarne dziury znajdują się w centrum uwagi relatywistyki i całej fizyki teoretycznej, jednakże istniejące rozwiązania równań Einsteina nie tylko nie opisują wielu ciekawych, fizycznych aspektów tychże obiektów, ale stwarzają też szereg problemów praktycznych i konceptualnych. Te ostatnie dotyczą zasady lokalności, jako że żaden fizyk nie jest w stanie obserwować całego wszechświata jednocześnie. Problemy praktyczne natomiast biorą się z ogólności wielu podejść, które nie zapewniają wystarczającej struktury matematycznej do przeprowadzania obliczeń. Aby poradzić sobie z tymi trudnościami powstało wiele różnych sposobów opisu czarnych dziur i ich horyzontów. Ten rozpatrywany przez nas nazywa się quasi-lokalnym.

Nakładamy więzy na geometrię hiperpowierzchni zerowej – znikanie jej ekspansji i niezależność jej kowariantnej koneksji od czasu. Takie ogólne pojęcie stabilności dostatecznie dobrze opisuje rzeczywiste czarne dziury. Więzy te pozwalają opisać horyzont za pomocą metryki jego cięcia, pewnej jednoformy i tensora energii-pędu. Jeśli grawitacja powierzchniowa takiej hiperpowierzchni znika (co zahacza o wiele złożonych problemów matematycznych), to nazywamy taki horyzont ekstremalnym i izolowanym. Przypadek ten jest znów ciekawy z punktu widzenia nie tylko matematyka, ale i fizyka, gdyż wiele supermasywnych, obracających się czarnych dziur jest blisko ekstremalności. Powyższa konstrukcja może być przeprowadzona w sposób abstrakcyjny, poprzez zdefiniowanie horyzontu jako abstrakcyjnej, trójwymiarowej rozmaitości.

Równania Einsteina-Maxwella indukują na horyzoncie układ równań, nazywanych równaniami geometrii przyhoryzontowej. Pomimo, że topologia horyzontu (czyli struktura jego wiązki) może być skomplikowana, to równania te są od niej niezależne (pomijając warunki brzegowe). W tej rozprawie prezentujemy rozwiązania równań geometrii przyhoryzontowej. Udało nam się znaleźć te rozwiązania dla przypadku trywialnych topologii $\mathbb{R} \times S_2$ i $\mathbb{R} \times T_2$, które wyczerpują wszystkie interesujące przypadki (zgodnie z twierdzeniem o sztywności horyzontu). Interesująca jest również analiza bardziej egzotycznych topologii (S_3), które odpowiadają nietrywialnym wiązkom. Rzeczywiście, tego typu struktury znaleźć można w czasoprzestrzeniach z parametrem NUT-a. W tym przypadku też rozwiązaliśmy równania geometrii przyhoryzontowej, z założeniem o symetrii osiowej.

Następnie znaleźliśmy zanurzenie wspomnianych ekstremalnych, izolowanych horyzontów w znanych czasoprzestrzeniach czarnodziurowych Reissnera-Nordströma-(anty-)de Sittera, Kerr-Newmana-(anty-)de Sittera i Plebańskiego-Demiańskiego.

Abstract

Black holes remain in the limelight of relativity and theoretical physics as a whole, however, not only do the existing solutions of Einstein's equations fail to describe many interesting physical situations, but they can also pose practical and conceptual problems. The latter pertain in particular to the principle of locality, as no physicist is able to observe the whole universe, while the former have to do with the fact, that many general approaches fail to supply enough structure to conduct much of mathematical analysis. In order to help alleviate the latter, one can use many different descriptions of a black hole or its horizon. The one we use in this thesis is so-called quasi-local description.

We impose geometrical constraints on the null hypersurface – vanishing expansion and independence of its intrinsic covariant connection from time. Such a general notion of stability is suitable to approximate the description of black holes. These constraints are enough to describe this hypersurface by the metric of its cross-section, a certain one-form and energy-momentum tensor. If such a hypersurface has vanishing surface gravity (thus touching on interesting and complex mathematical issues), we call it an extremal isolated horizon. It is again an interesting case, not only mathematically, but also physically, as many supermassive, spinning black holes appear to be close to such extremality. The construction above can be carried out in an abstract way, assuming that horizon is an abstract three-dimensional manifold.

Einstein-Maxwell equations induce on a horizon a system of equations – near-horizon geometry equations. While the topological structure (or bundle structure) of such a horizon can be complicated, these equations are independent of that (bar boundary conditions). In this dissertation, we present solutions to these equations. We were able to find solutions for the horizons with trivial topology $\mathbb{R} \times \mathbb{S}_2$ and $\mathbb{R} \times \mathbb{T}_2$, which (as per rigidity theory for extremal isolated horizons) exhausts all interesting horizons for this topology. The analysis of more exotic topologies ($\mathbb{S}_3$), which corresponds to non-trivial bundle, is also very interesting. Indeed such structures are found in spacetimes with NUT parameter. Here too we have solved near-horizon geometry equations, assuming axial symmetry.

Consequently we were able to find embeddings of such extremal, isolated horizon into known black hole solutions: Reissner-Nordström-(anti-)de Sitter, Kerr-Newman-(anti-)de Sitter and Plabański-Demiański spacetimes.