

Analiza porównawcza dochodów gospodarstw domowych w Unii Europejskiej i Stanach Zjednoczonych metodami fizyki statystycznej

Rafał Duczmal

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Opiekun pracy magisterskiej: prof. dr hab. Ryszard Kutner

Warszawa, 25.03.2014

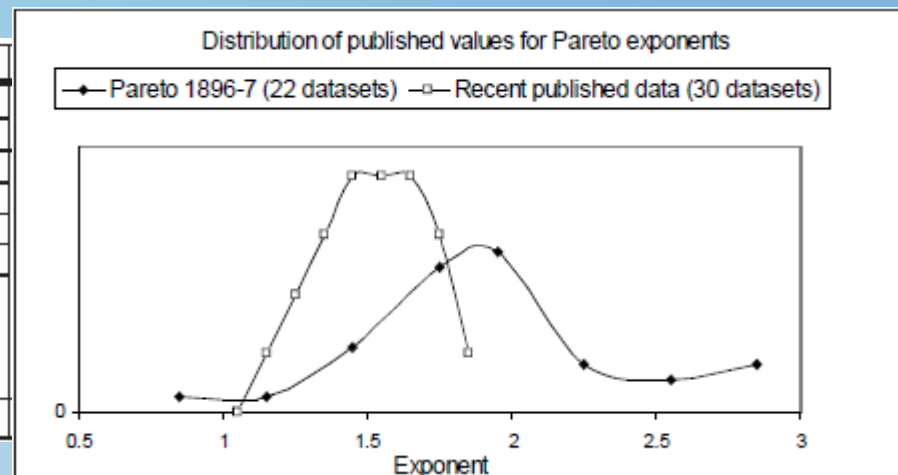
Plan wystąpienia:

- pierwsze badania dochodów,
- wykorzystane skumulowane rozkłady prawdopodobieństwa,
- wyniki badań gospodarstw domowych Unii Europejskiej,
- wyniki uzyskane dla danych ze Stanów Zjednoczonych,
- analiza porównawcza uzyskanych wyników,
- dochody gospodarstw domowych na tle kryzysu finansowego,
- podsumowania i wnioski.

Pierwsze badania dochodów

~1896/97 Vilfredo Pareto bada dochody mieszkańców europejskich miast i opisuje je prawem potęgowym

Country	Year	α	Country	Year	α
England	1843	1.50	Perouse, village		1.69
	1879-80	1.35	Perouse, campagne		1.37
Prussia	1852	1.89	"		1.32
	1876	1.72	Italian villages		1.45
	1881	1.73	Basle	1887	1.24
	1886	1.68	Paris		1.57
	1890	1.60	Augsburg	1471	1.43
	1894	1.60		1498	1.47
				1512	1.26
Saxony	1880	1.58		1526	1.13
	1886	1.51			
Florence		1.41	Peru	end of 18 th century	1.79



zaczepnięto z: Richmond, P., Stefan, H., Coelho, R., & Repetowicz, P. (2006). Chapter 5. a review of empirical studies and models of income distributions in society. W B. K. Chakrabati, A. Chakraborti, & A. Chatterjee, *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives* (strony 129-158).

Wykorzystane skumulowane rozkłady prawdopodobieństwa

1. Rozkład Boltzmann-Gibbsa

geneza:

- podział ograniczonej ilości zasobu pomiędzy wiele gosp.
- rozwiązanie równania Fokkera-Plancka dla procesu addytywnego

oznaczenia: m – dochód gosp., $T = \langle m \rangle$ - średni dochód gosp.

$$\Pi(m) \sim \exp\left(-\frac{m}{T}\right)$$

Wykorzystane skumulowane rozkłady prawdopodobieństwa

2. Słabe Prawo Pareto ($m \rightarrow \infty$)

geneza:

- obserwacje rzeczywistych dochodów
- Rozwiązanie równania Fokkera-Plancka dla procesu multiplikatywnego

oznaczenia: m – dochód, m_0 – wielkość graniczna (najniższa wartość dochodu w grupie dochodów średnich), α – wykładnik potęgowy

$$\Pi(m) \sim (m/m_0)^{-\alpha}$$

Wykorzystane skumulowane rozkłady prawdopodobieństwa

3. Model Yakovenko

Rozwiązanie równania Fokkera-Plancka. Założone współistnienie procesu addytywnego i multiplikatywnego.

oznaczenia: m – dochód gosp., $T = \langle m \rangle$ - średni dochód gosp.,
 m_0 – wielkość graniczna (najniższa wartość dochodu w grupie dochodów średnich), α – wykładnik słabego prawa Pareto

$$P(m) \sim \frac{\exp\left(-\frac{m_0}{T} \arctan \frac{m}{m_0}\right)}{\left[1 + \left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right]^{\frac{\alpha+1}{2}}}$$

Wykorzystane skumulowane rozkłady prawdopodobieństwa

4. Rozszerzony Model Yakovenko

Rozwiązanie równania Fokkera-Plancka. Założone współistnienie procesu addytywnego i multiplikatywnego. Opisuje trzy grupy dochodów.

oznaczenia: m – dochód gosp., T_1 i T_2 – średnie dochody dla m większych i m mniejszych od m_1 , m_0 i m_1 – wielkości graniczne (najniższe wartości dochodu w klasach dochodów średnich i wysokich), α_1 i α_2 – wykładniki słabego prawa Pareto dla poszczególnych klas

$$\begin{array}{l|l} P(m) \sim \frac{\exp\left(-\frac{m_0}{T_1} \arctan \frac{m}{m_0}\right)}{\left[1 + \left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right]^{\frac{\alpha_1+1}{2}}} & P(m) \sim \frac{\exp\left(-\frac{m_0}{T_2} \arctan \frac{m}{m_0}\right)}{\left[1 + \left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right]^{\frac{\alpha_2+1}{2}}} \\ \text{dla } m < m_1 & \text{dla } m \geq m_1 \end{array}$$

Unia Europejska 2005-2010

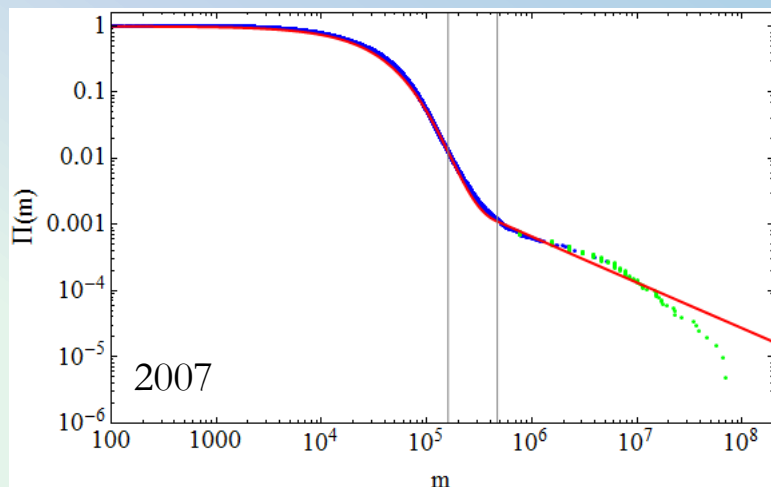
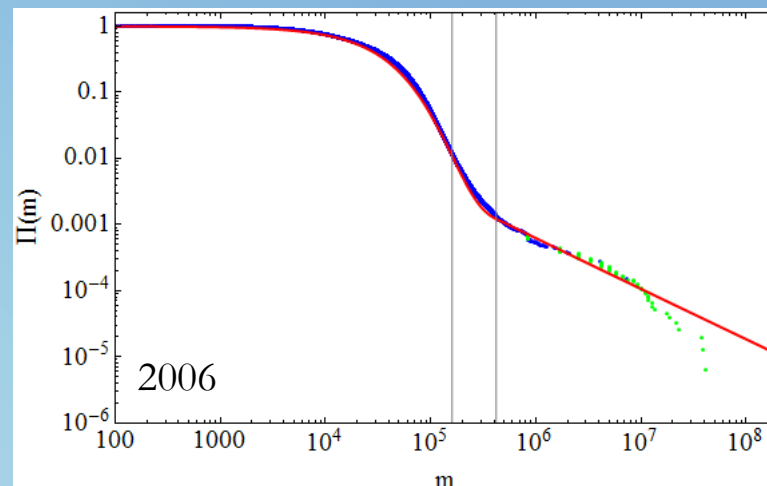
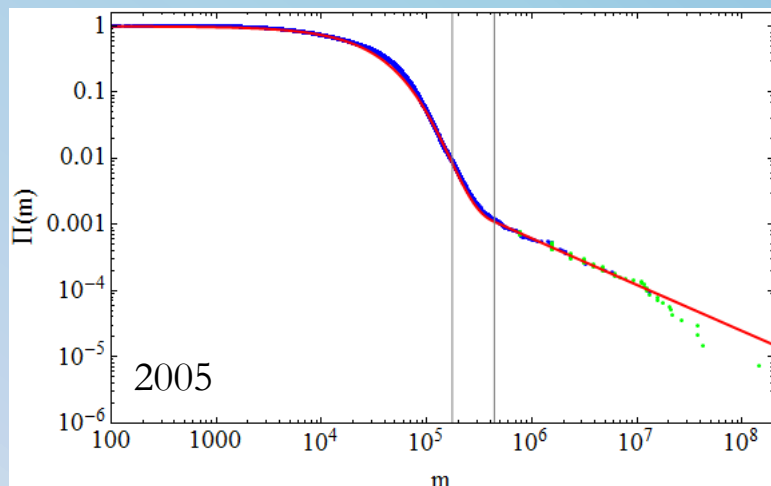
Charakterystyka danych dla poszczególnych lat:

- ok. 200tys. rekordów informujących o rocznych dochodach gospodarstw domowego z bazy danych EUROSTAT
- kilka-kilkadziesiąt rekordów uzyskanych z rankingu Forbes

Konstruowanie empirycznego rozkładu skumulowanego dochodów:

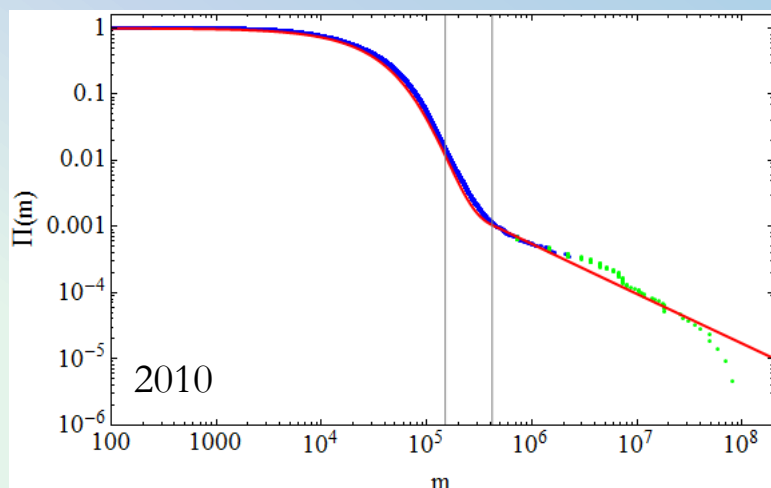
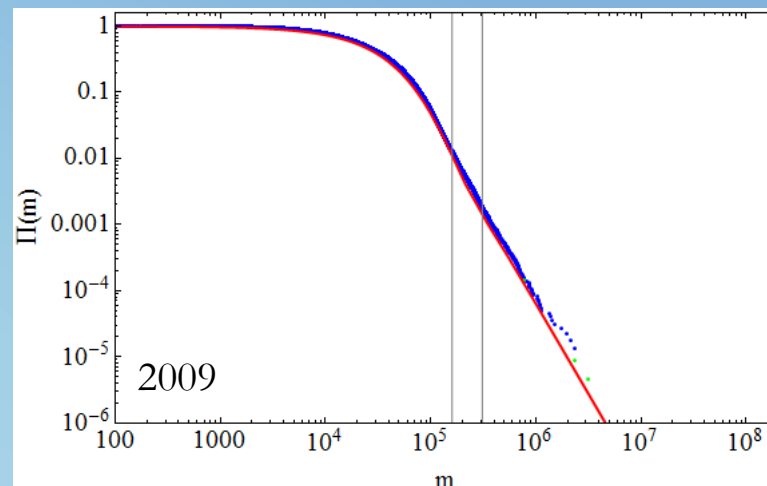
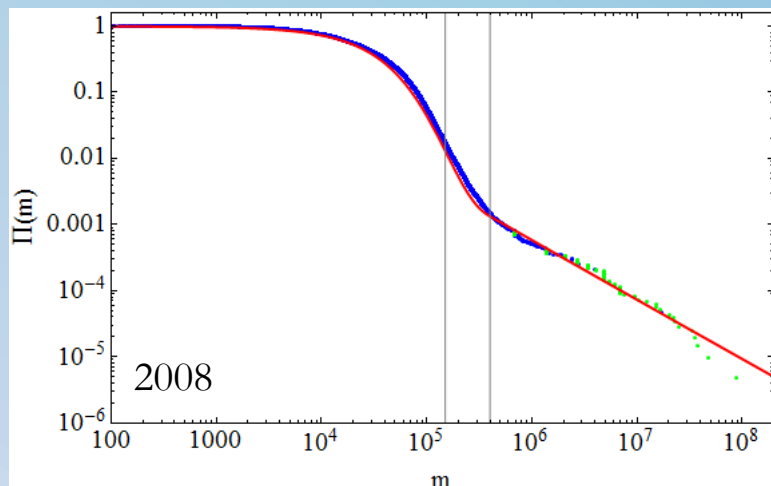
- połączone dane zostają zrankingowane metodą Weibulla
- przedstawiamy ranking rekordu w funkcji dochodu
- stosujemy skalę log-log

Unia Europejska 2005-2010



rok	2005	2006	2007	2008	2009	2010
T	€ 35 633	€ 35 320	€ 36 841	€ 34 903	€ 36 164	€ 35 201
dT	€ 5	€ 4	€ 5	€ 3	€ 5	€ 4
m₀	€ 175 000	€ 160 000	€ 160 000	€ 150 000	€ 160 000	€ 150 000
dm₀	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000
α	2.923	2.959	2.897	2.886	2.993	3.128
dα	0.003	0.005	0.003	0.002	0.001	0.003
m₁	€ 440 000	€ 420 000	€ 470 000	€ 400 000	€ 310 000	€ 420 000
dm₁	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000
T₁	€ 440 000	€ 420 000	€ 470 000	€ 400 000	€ 310 000	€ 420 000
dT₁	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000
α₁	0.696	0.76	0.69	0.89	2.71	0.75
dα₁	0.008	0.02	0.08	0.01	0.02	0.12

Unia Europejska 2005-2010



rok	2005	2006	2007	2008	2009	2010
T	€ 35 633	€ 35 320	€ 36 841	€ 34 903	€ 36 164	€ 35 201
dT	€ 5	€ 4	€ 5	€ 3	€ 5	€ 4
m₀	€ 175 000	€ 160 000	€ 160 000	€ 150 000	€ 160 000	€ 150 000
dm₀	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000	€ 20 000
α	2.923	2.959	2.897	2.886	2.993	3.128
dα	0.003	0.005	0.003	0.002	0.001	0.003
m₁	€ 440 000	€ 420 000	€ 470 000	€ 400 000	€ 310 000	€ 420 000
dm₁	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000
T₁	€ 440 000	€ 420 000	€ 470 000	€ 400 000	€ 310 000	€ 420 000
dT₁	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000	€ 50 000
α₁	0.696	0.76	0.69	0.89	2.71	0.75
dα₁	0.008	0.02	0.08	0.01	0.02	0.12

Stany Zjednoczone 2005-2010

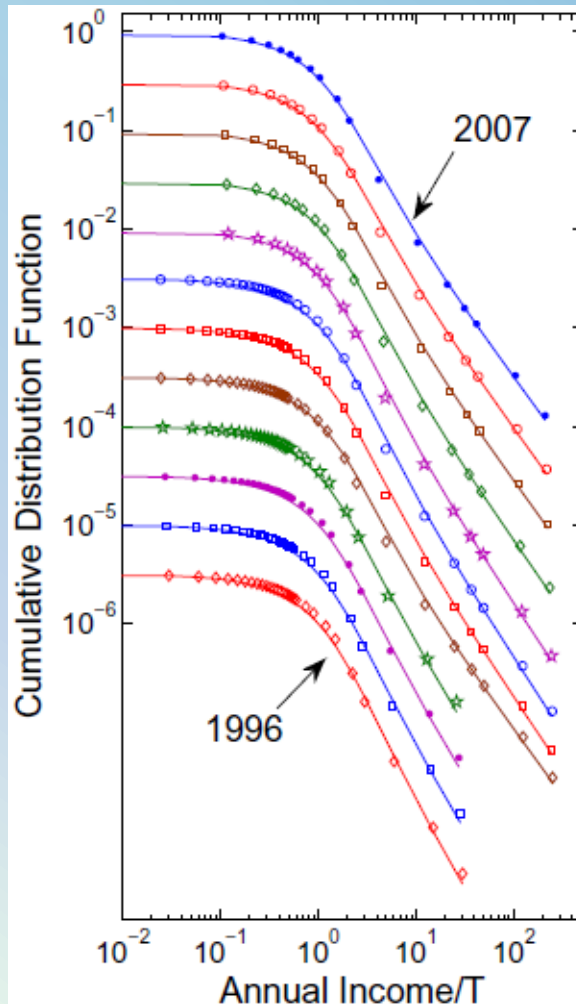
Charakterystyka danych dla poszczególnych lat:

- 18 punktów z bazy danych Internal Revenue Service (IRS)(informacja o dochodach indywidualnych z organu podatkowego) – histogram dochodów ~ 140 mln osób
- ok. 200 rekordów uzyskanych z rankingu Forbes

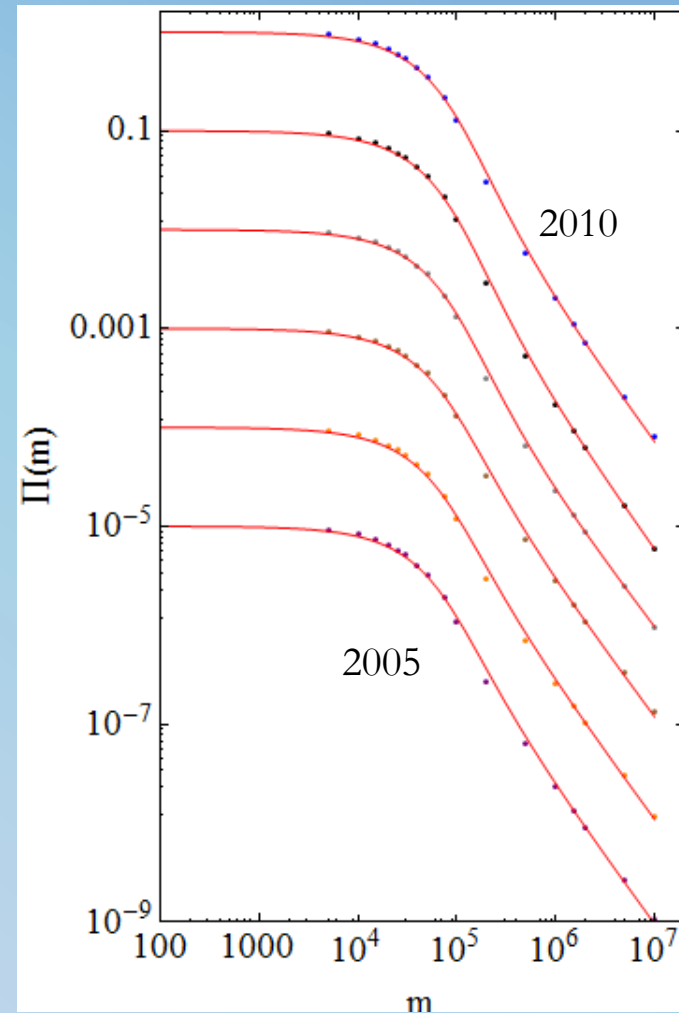
Konstruowanie empirycznego rozkładu skumulowanego dochodów:

- połączone dane zostają zrankingowane zaadaptowaną metodą Weibulla
- przedstawiamy ranking rekordu w funkcji dochodu
- stosujemy skalę log-log

Stany Zjednoczone 2005-2010

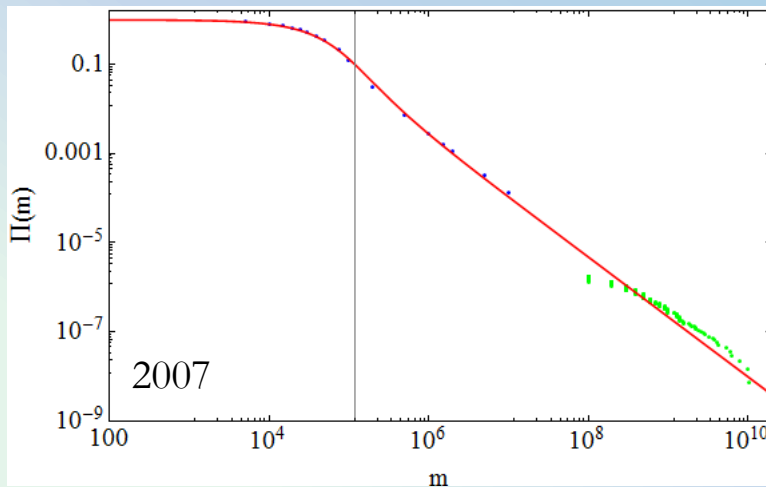
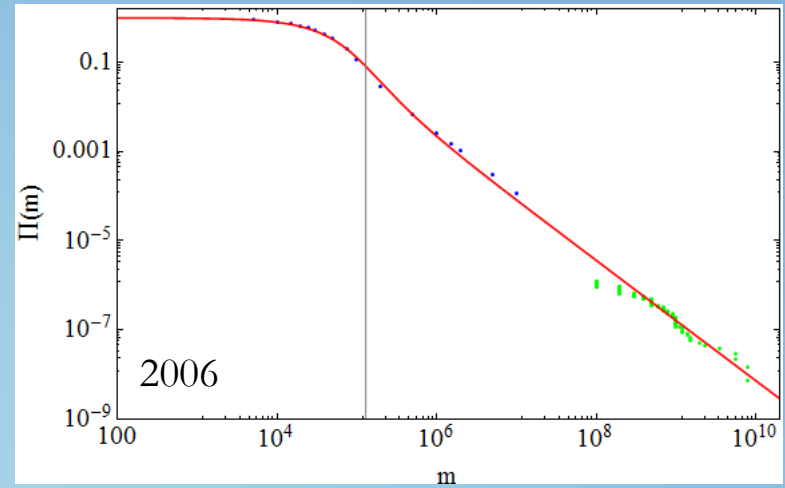
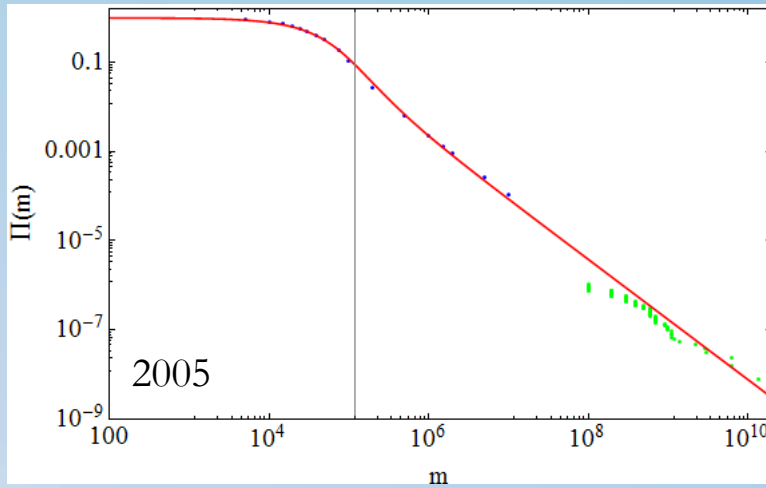


Banerjee, A., & Yakovenko, V. M. (2010). Universal patterns of inequality. *New Journal of Physics*, 1-25.



Stany Zjednoczone 2005-2010

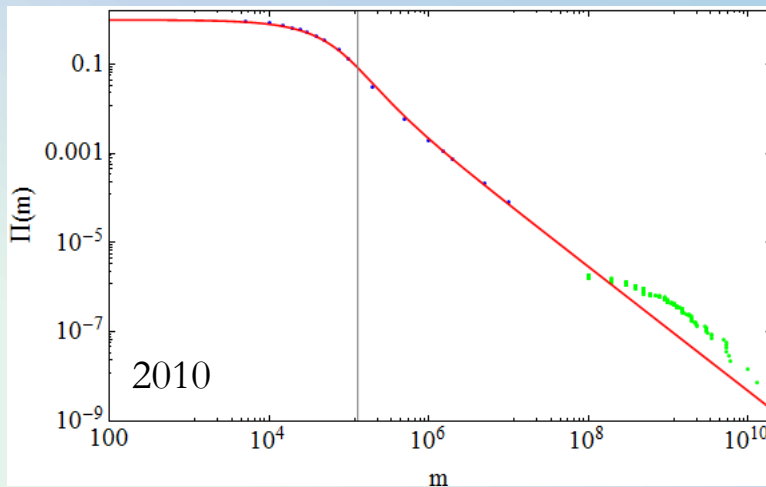
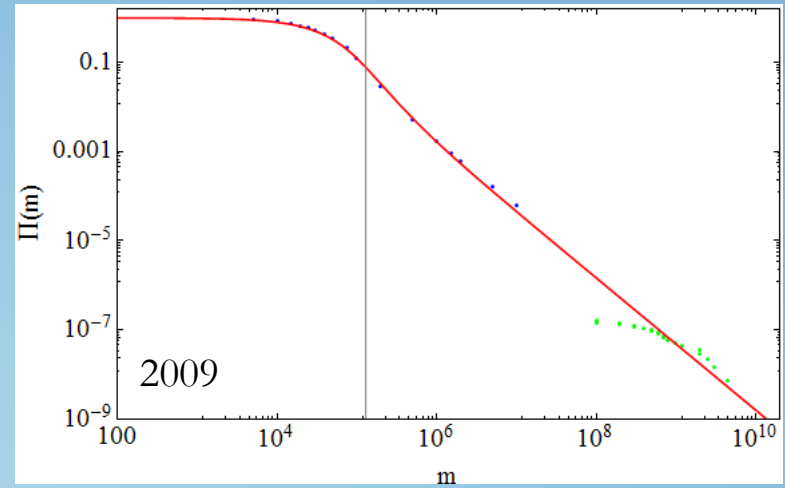
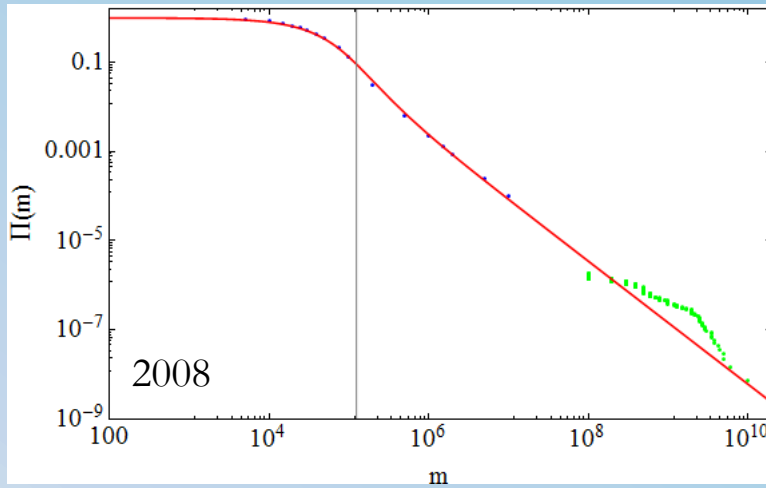
Rozkład Yakovenko



rok	T	dT	m_0	dm_0	α	$d\alpha$
2005	\$45 520	\$560	\$120 000	\$20 000	1,3490	0,0024
2006	\$47 220	\$550	\$130 000	\$20 000	1,3508	0,0024
2007	\$48 430	\$520	\$120 000	\$20 000	1,3445	0,0023
2008	\$48 740	\$520	\$125 000	\$20 000	1,3810	0,0031
2009	\$48 050	\$670	\$130 000	\$20 000	1,4846	0,0038
2010	\$48 680	\$780	\$130 000	\$20 000	1,3948	0,0025

Stany Zjednoczone 2005-2010

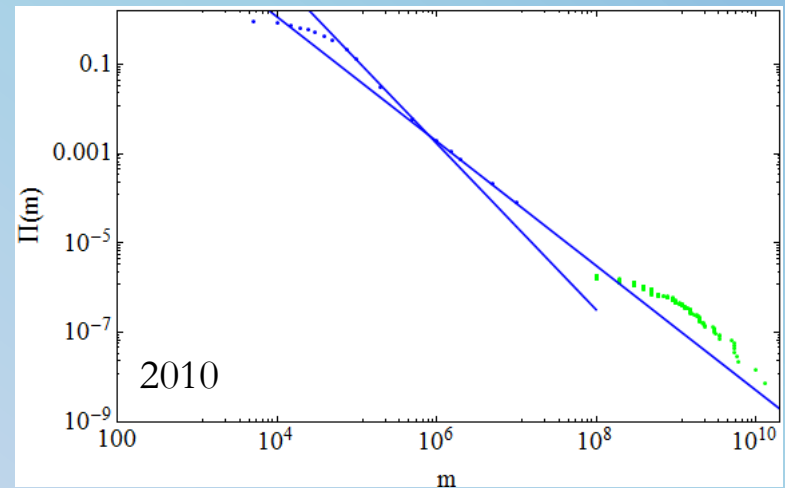
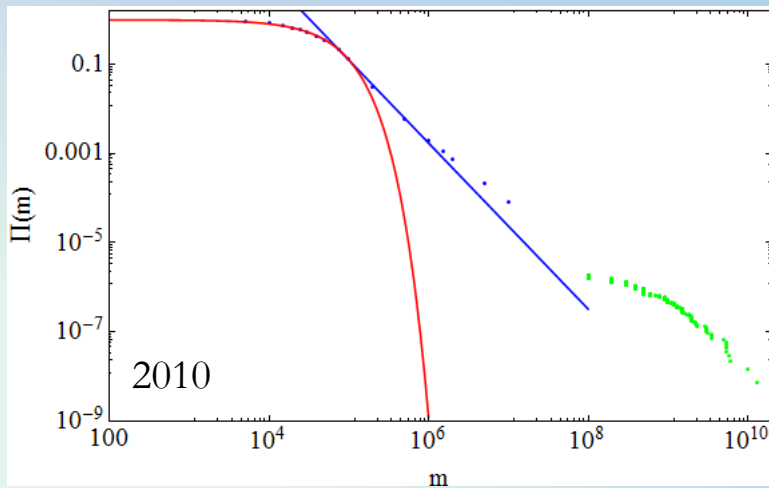
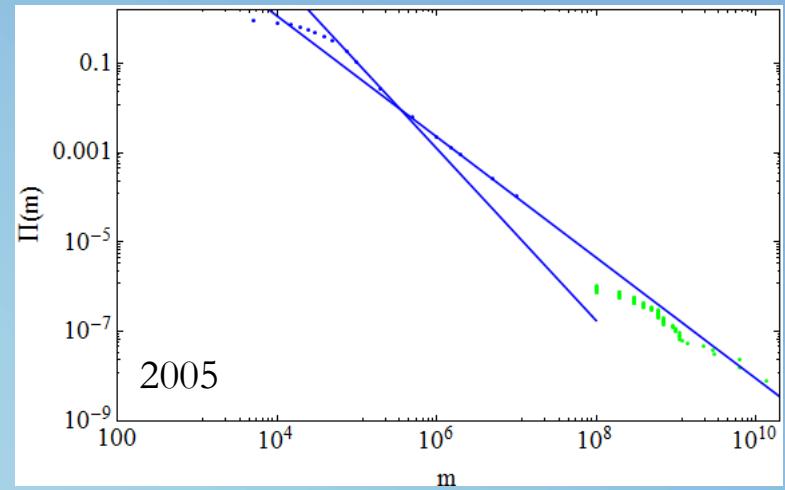
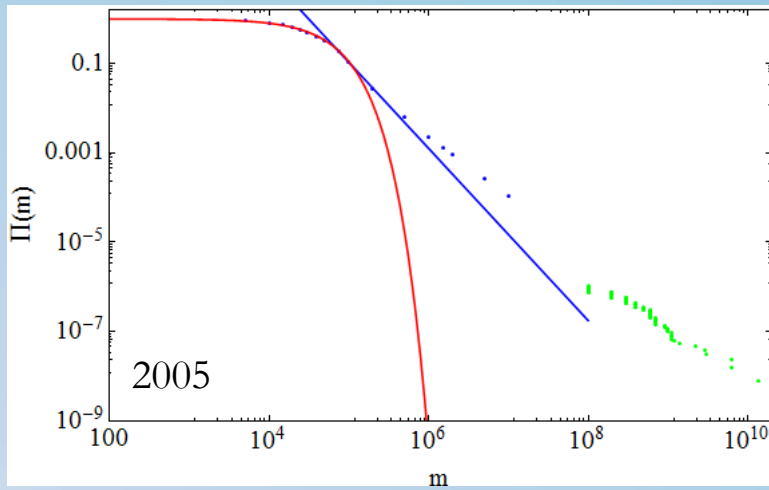
Rozkład Yakovenko



rok	T	dT	m_0	dm_0	α	$d\alpha$
2005	\$45 520	\$560	\$120 000	\$20 000	1,3490	0,0024
2006	\$47 220	\$550	\$130 000	\$20 000	1,3508	0,0024
2007	\$48 430	\$520	\$120 000	\$20 000	1,3445	0,0023
2008	\$48 740	\$520	\$125 000	\$20 000	1,3810	0,0031
2009	\$48 050	\$670	\$130 000	\$20 000	1,4846	0,0038
2010	\$48 680	\$780	\$130 000	\$20 000	1,3948	0,0025

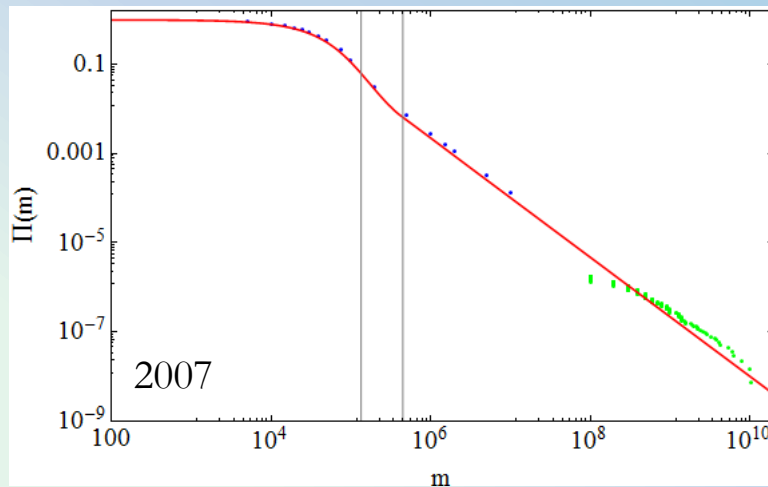
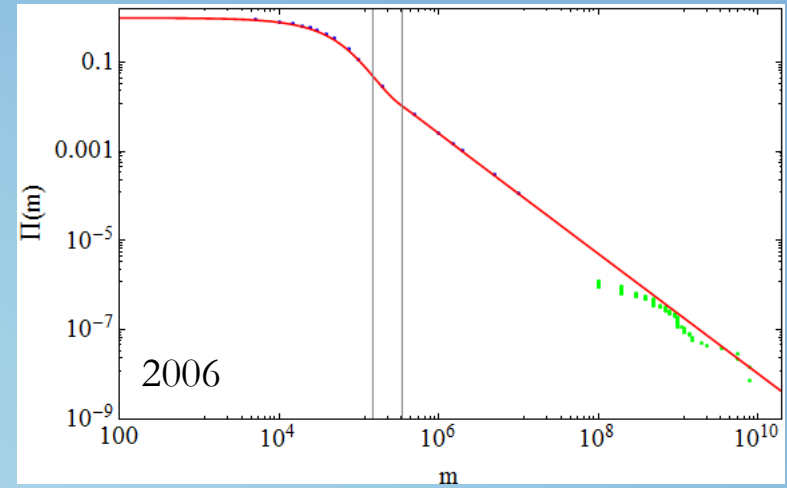
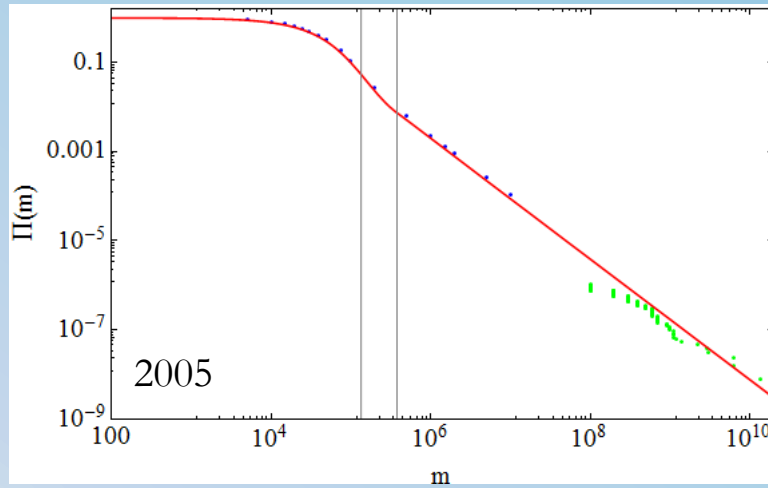
Stany Zjednoczone 2005-2010

Rozszerzony rozkład Yakovenko



Stany Zjednoczone 2005-2010

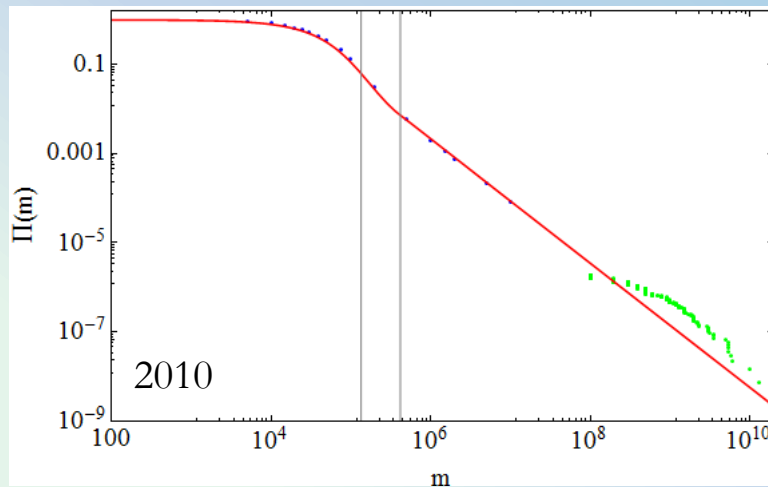
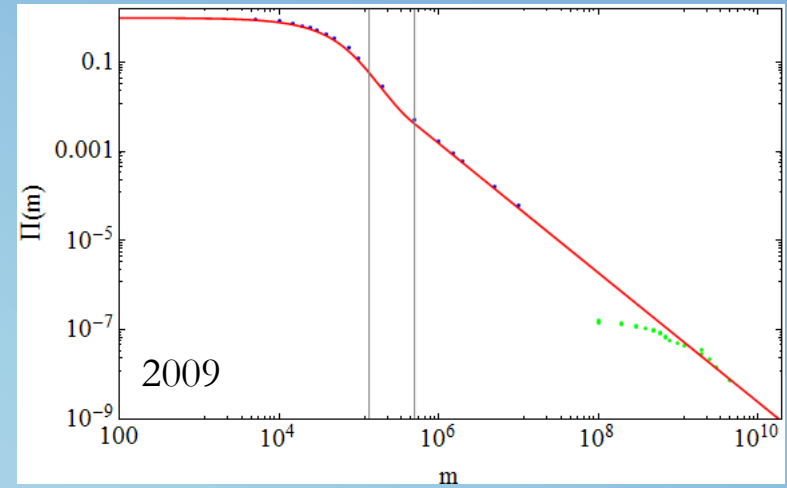
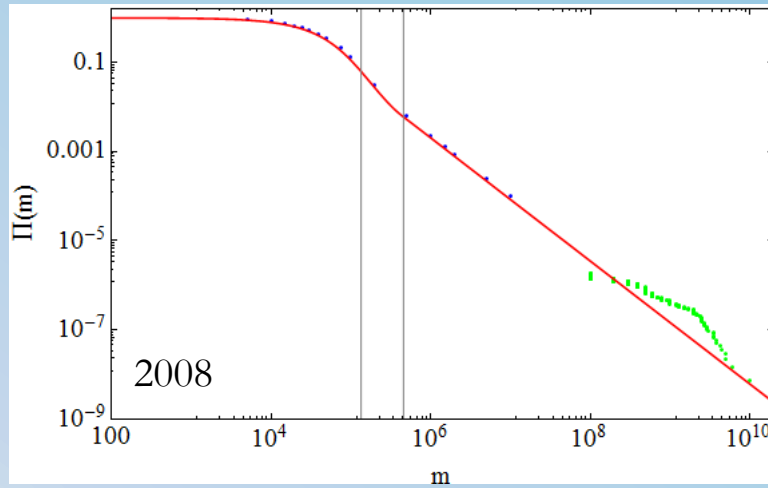
Rozszerzony rozkład Yakovenko



rok	2005	2006	2007	2008	2009	2010
T	\$45 520	\$47 220	\$48 430	\$48 740	\$48 050	\$48 680
dT	\$560	\$550	\$520	\$520	\$670	\$780
m₀	\$135 000	\$150 000	\$135 000	\$135 000	\$135 000	\$135 000
dm₀	\$20 000	\$20 000	\$20 000	\$20 000	\$20 000	\$20 000
α	1,930	1,877	1,833	1,850	1,90	1,865
dα	0,040	0,048	0,063	0,085	0,10	0,092
m₁	\$380 000	\$350 000	\$450 000	\$460 000	\$500 000	\$420 000
dm₁	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000
T₁	\$380 000	\$350 000	\$450 000	\$460 000	\$500 000	\$420 000
dT₁	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000
α₁	1,3543	1,3458	1,3364	1,3810	1,4513	1,3948
dα₁	0,0048	0,0047	0,0044	0,0031	0,0034	0,0025

Stany Zjednoczone 2005-2010

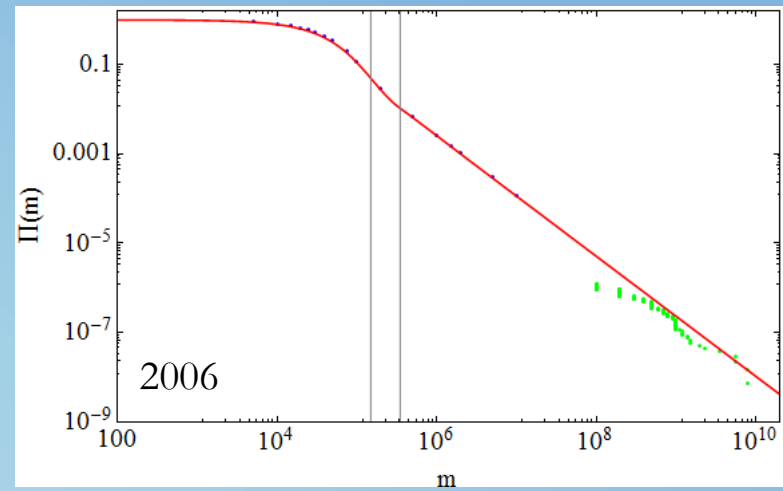
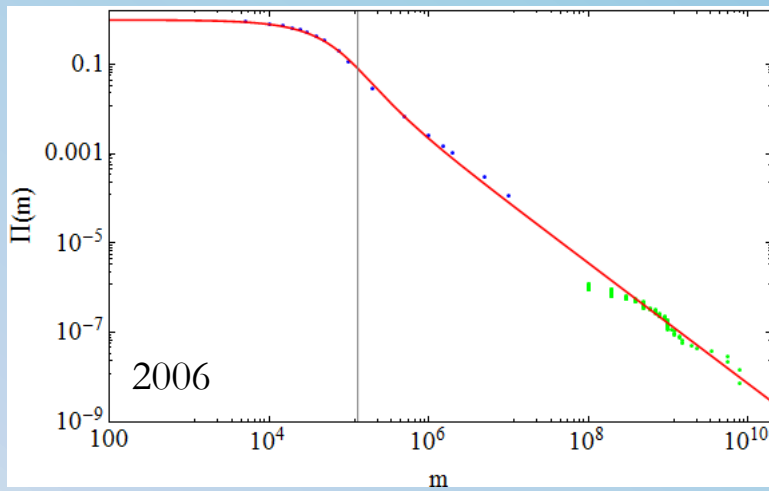
Rozszerzony rozkład Yakovenko



rok	2005	2006	2007	2008	2009	2010
T	\$45 520	\$47 220	\$48 430	\$48 740	\$48 050	\$48 680
dT	\$560	\$550	\$520	\$520	\$670	\$780
m₀	\$135 000	\$150 000	\$135 000	\$135 000	\$135 000	\$135 000
dm₀	\$20 000	\$20 000	\$20 000	\$20 000	\$20 000	\$20 000
α	1,930	1,877	1,833	1,850	1,90	1,865
dα	0,040	0,048	0,063	0,085	0,10	0,092
m₁	\$380 000	\$350 000	\$450 000	\$460 000	\$500 000	\$420 000
dm₁	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000
T₁	\$380 000	\$350 000	\$450 000	\$460 000	\$500 000	\$420 000
dT₁	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000	\$50 000
α₁	1,3543	1,3458	1,3364	1,3810	1,4513	1,3948
dα₁	0,0048	0,0047	0,0044	0,0031	0,0034	0,0025

Analiza porównawcza

Metody zastosowane przy badaniu danych ze Stanów Zjednoczonych

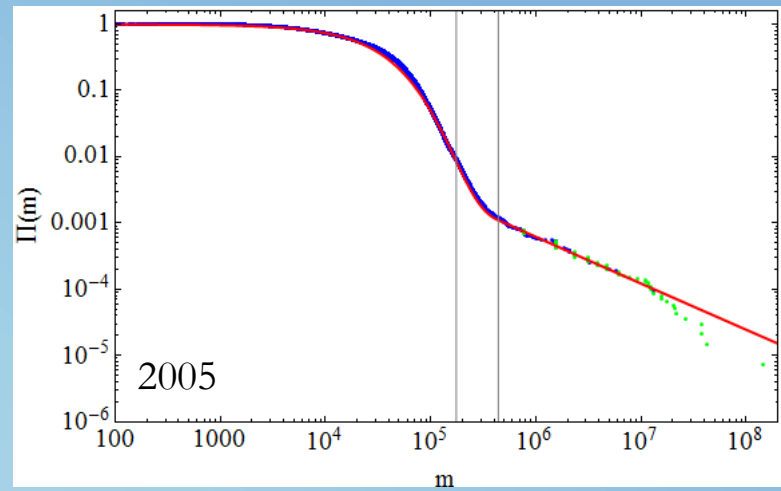
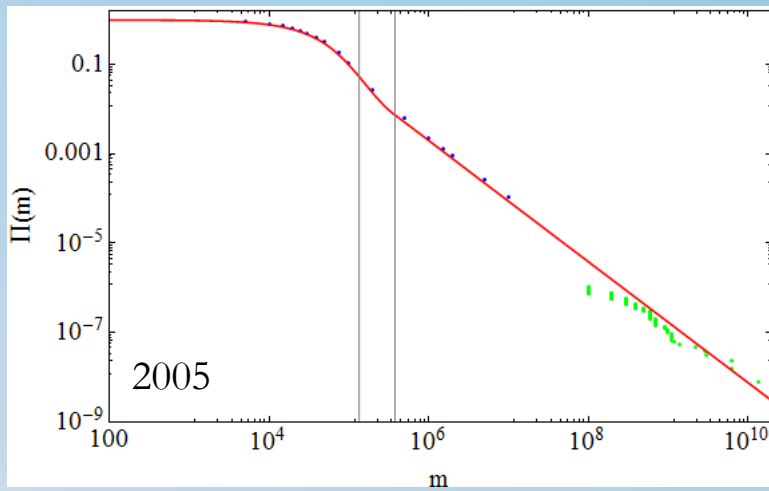


- Większa dokładność odwzorowania rozkładu empirycznego dla modelu trójklasowego
- Bark wyróżnionej klasy dochodów średnich – trzecia klasa, jako podklasa dochodów wysokich

Model Yakovenko	Rozszerzony model Yakovenko	
α	α	α_1
1,3490	1,930	1,3543
1,3508	1,877	1,3458
1,3445	1,833	1,3364
1,3810	1,850	1,3810
1,4846	1,90	1,4513
1,3948	1,865	1,3948

Analiza porównawcza

Unia Europejska i Stany Zjednoczone

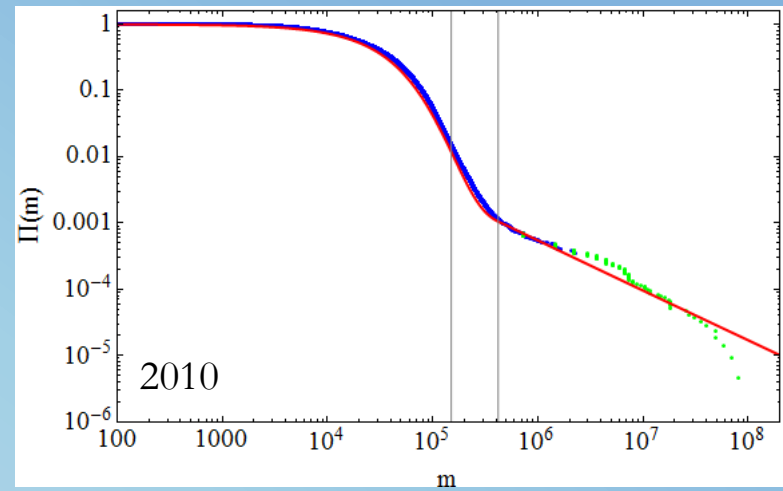
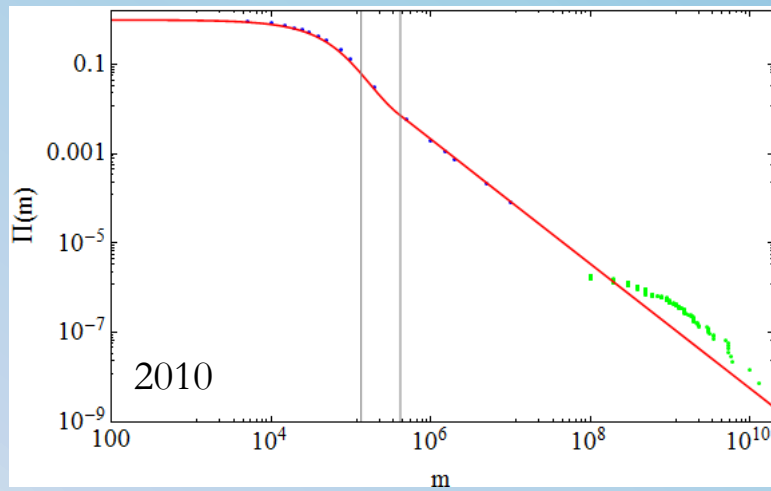


- Podobne wartości średniego dochodu
- Wyższe wartości graniczne m_0 i m_1 dla UE niż USA

rok	2005		2006		2007	
obszar	USA	UE	USA	UE	USA	UE
T	\$45 520	\$44 337	\$47 220	\$44 336	\$48 430	\$50 474
m_0	\$135 000	\$217 746	\$150 000	\$200 844	\$135 000	\$219 206
α	1,930	2,923	1,877	2,959	1,833	2,897
m_1	\$380 000	\$547 476	\$350 000	\$527 217	\$450 000	\$643 918
T_1	\$380 000	\$547 476	\$350 000	\$527 217	\$450 000	\$643 918
α_1	1,3543	0,696	1,3458	0,76	1,3364	0,69
<EUR/USD>	1,244264591		1,255277992		1,37003861	

Analiza porównawcza

Unia Europejska i Stany Zjednoczone

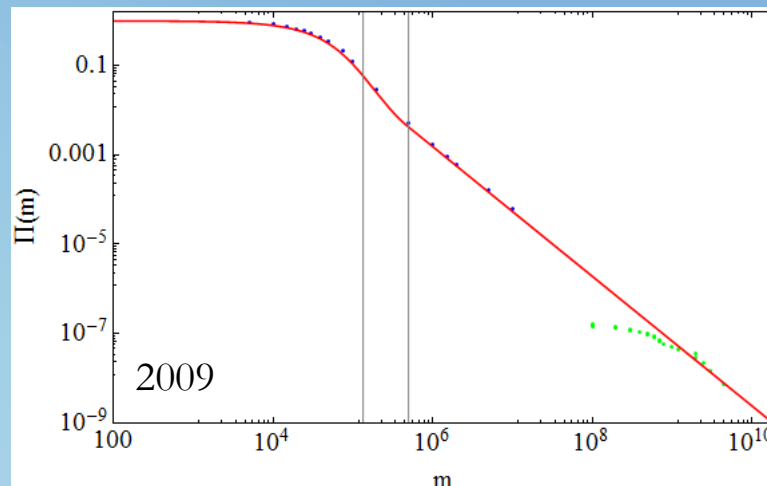
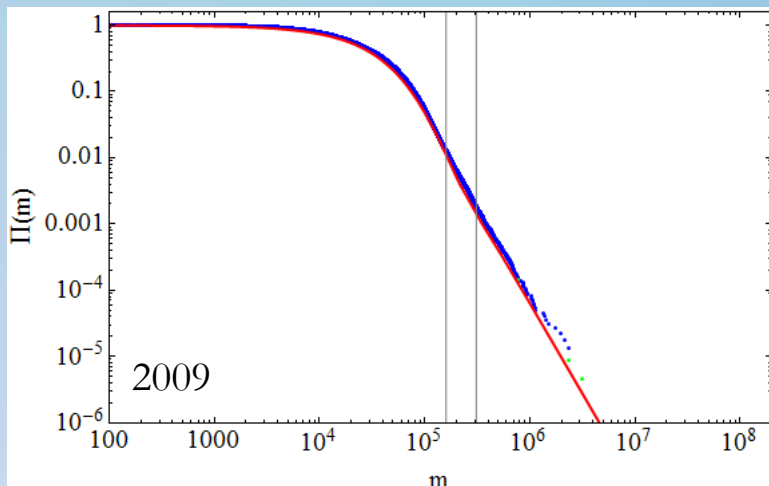


- W UE mniejsze rozwarstwienie w klasie średnich dochodów
- W USA mniejsze rozwarstwienie w klasie dochodów wysokich

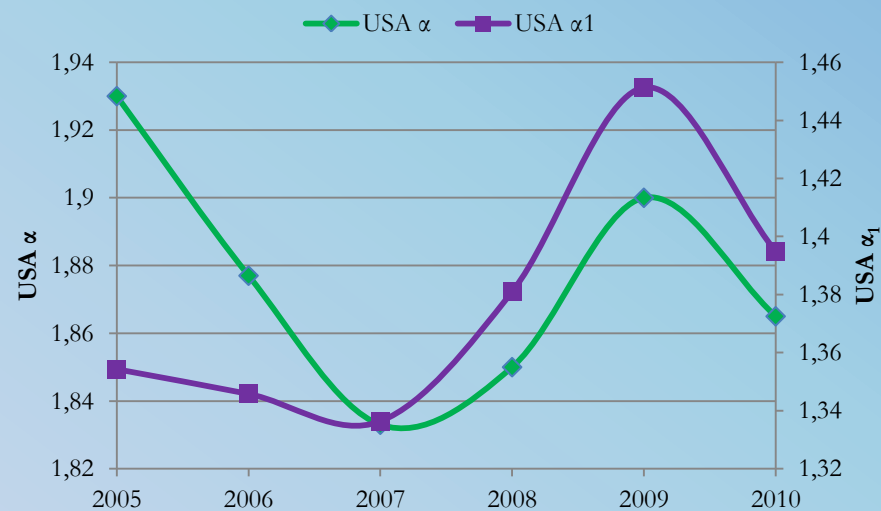
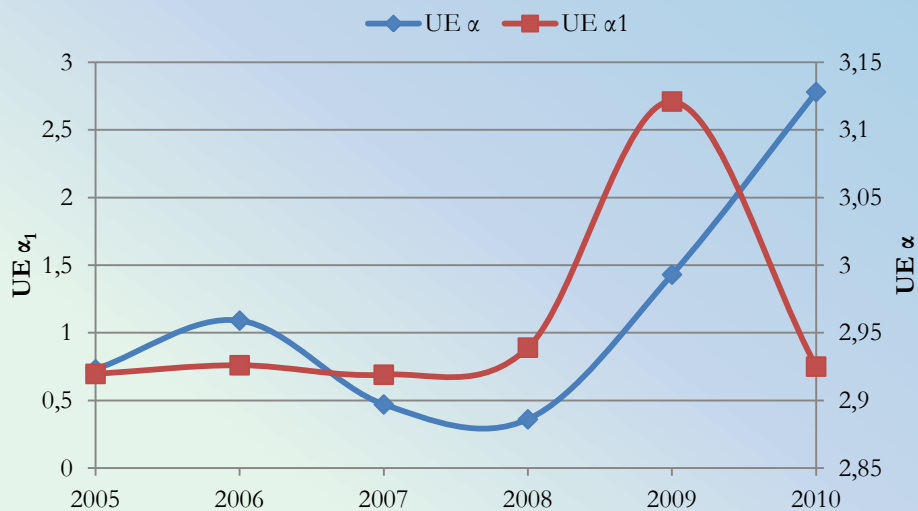
rok	2008		2009		2010	
obszar	USA	UE	USA	UE	USA	UE
T	\$48 740	\$51 346	\$48 050	\$50 402	\$48 680	\$46 657
m_0	\$135 000	\$220 666	\$135 000	\$222 992	\$135 000	\$198 815
α	1,850	2,886	1,90	2,993	1,865	3,128
m_1	\$460 000	\$588 443	\$500 000	\$432 048	\$420 000	\$556 682
T_1	\$460 000	\$588 443	\$500 000	\$432 048	\$420 000	\$556 682
α_1	1,3810	0,89	1,4513	2,71	1,3948	0,75
$\langle \text{EUR/USD} \rangle$	1,471107692		1,393702703		1,325434109	

Dochody gospodarstw domowych na tle kryzysu

Niestabilność rozkładu skumulowanego



Zmiana wykładników słabego prawa Pareto w czasie



Podsumowania i wnioski

Podobieństwa:

- Rozkłady skumulowane, zarówno dla UE, jak i USA charakteryzują się stabilnością w czasie.
- Uzyskano podobne wartości średniego dochodu gospodarstw o dochodzie mniejszym od m_1 .
- W obu analizowanych przypadkach rozszerzony model Yakovenko dobrze opisuje rozkłady dochodów gospodarstw domowych.
- Analiza zmienności w czasie wykładników słabego prawa Pareto może wskazuje na związki z kryzysem finansowym.

Podsumowania i wnioski

Różnice:

- W badaniu dochodów w USA można posługiwać się podstawowym modelem Yakovenko.
- Rozkład dochodów w USA wyróżnia zdecydowanie dwie klasy, podczas gdy w UE trzy.
- W UE wartości graniczne są wyższe niż w USA.
- W UE obserwujemy zanik klasy wysokich dochodów w roku 2009.
- Duże różnice w wykładnikach słabego prawa Pareto.

Podsumowania i wnioski

Najważniejsze obserwacje to brak trzeciej klasy dochodów i niższe wartości graniczne m_0 i m_1 w Stanach Zjednoczonych. Jak można to interpretować:

- Większa swoboda gospodarcza w USA,
- „American dream” vs. europejski etatyzm,
- Struktura rynku w USA daje większe możliwości niż w Unii (z jednej strony prawodawstwo jednego kraju z ew. regulacjami międzystanowymi, z drugiej przepisy unijne wchodzące w interakcje z prawodawstwem 28 krajów wspólnoty).

Pytanie:

- Jak interpretować różnice w wykładnikach Pareto?

Dziękuję za uwagę!