

TEMATY PRAC LICENCJACKICH ZAPROPONOWANE PRZEZ PRACOWNIKÓW KMMF

Piotr Sołtan

Temat 1. *Moduły hilbertowskie, rozszerzenie teorii przestrzeni Hilberta*

Opis: Przedstawienie teorii modułów hilbertowskich nad C^* -algebrami i wskazanie podobieństw i istotnych różnic między modułami hilbertowskimi, a przestrzeniami Hilberta. Uogólnienie pewnych faktów z teorii operatorów na przypadek modułów hilbertowskich.

Temat 2. *Kwantowe przestrzenie odwzorowań i kwantowe grupy permutacji*

Opis: Przestrzenie kwantowe to obiekty, których geometrie opisują nieprzemienne algebry. Wiele ciekawych przykładów takich przestrzeni powstaje jako tak zwane kwantowe przestrzenie odwzorowań. Praca powinna przedstawić kilka przykładów takich obiektów i zbadać ich niektóre własności.

Temat 3. *Proste przykłady trójek spektralnych*

Opis: Trójki spektralne są nieprzemiennymi uogólnieniami rozmaitości riemannowskich. Dzięki bardzo ogólnemu językowi opisu takich obiektów, ciekawe przykłady można otrzymać już w bardzo prostych (np. skończenie wymiarowych) przypadkach. Praca ma na celu przedstawienie kilku takich przykładów i ich elementarną analizę.

Temat 4. *Iloczynny krzyżowe.*

Opis: Iloczynny krzyżowe służą do algebraicznego opisu układów dynamicznych (klasycznych i kwantowych). Praca będzie zawierać elementarny opis konstrukcji iloczynu krzyżowego oraz kilka przykładów jej zastosowania.

Temat 5: *Centrum algebry funkcji na kwantowej grupie $SU(2)$*

Opis: Celem pracy jest elementarny dowód, że centrum algebry $C(SU_q(2))$ jest trywialne.

dr. J. de Lucas (Katedra Metod Matematycznych Fizyki, p. 5.45, javier.de.lucas@fuw.edu.pl)

Struktury Riemannowskie w równaniach różniczkowych:

Zbadamy układy równań różniczkowych pojawiających się w fizyce i matematyce za pomocą algebr Liego pól wektorowych konforemnych względem pewnej metryki Riemannowskiej. W ten sposób pola tensorowe, np. skalarny, krzywizny Ricciego i metryczny, pozwalają nam obliczyć całki ruchu i symetrie tych układów.

Pola wektorowe Hamiltonowskie w równaniach różniczkowych:

Pewne układy równań różniczkowych, np. oscylatory Winternitza--Smorodinskiego, można określić jako pola wektorowe Hamiltonowskie zależne od czasu względem pewnego typu geometrii (np.

symplektycznej)). Celem tej pracy jest zastosowanie i uogólnienie geometrycznych metod, np. redukcja Marsdena-Weinsteina, żeby zbadać równania różniczkowe.

Metody rozwiązywania równań Schrodingera:

Geometryczna mechanika kwantowa opisuje nieautonomiczne równanie Schrodingera jako równanie krzywych całkowalnych nieautonomicznego pola wektorowego X . Badając geometrycznie X można wymyślić metody całkowania równań Schrodingera, np. metodę Wei-Normana. W tej pracy planujemy zastosować różne metody całkowania równań Schrodingera.

Geometryczne kwantyzacje:

Celem tej pracy jest badanie różnych podejść do geometrycznej kwantyzacji. Na przykład można korzystać z geometrycznej metody WKB, żeby rozwiązać problem kwantowy za pomocą rozwiązań 'klasycznych' tego problemu. Można też zbadać kwantyzację Diraca, tj. problem budowy morfizmu algebr Liego ze zbioru funkcji gładkich na rozmaitości symplektycznej do algebry operatorów przestrzeni Hilberta. Inny możliwy temat to analiza zastosowań C^* -algebr w mechanice kwantowej omówionych w M.A. Rieffel, Quantization and C^* -algebras, Contemporary Mathematics, 197, 1994.

Katarzyna Grabowska i Paweł Urbański

Temat 1. Układy jednorodny i zasada Jacobiego.

Lagranżowski układ jednorodny opisuje jednowymiarowe podrozmaitości. Dla dowolnego układu lagranżowskiego, opisującego ruch można zdefiniować układ jednorodny, opisujący trajektorie. Praca polega na opisie geometrycznym tego procesu z wykorzystaniem transformacji Legendre'a układów nieregularnych.

Temat 2. Transformacja Legendre'a dla układów nieregularnych.

Transformacja Legendre'a jest przejściem od opisu lagranżowskiego do hamiltonowskiego dynamiki układu, czyli równania (na ogół uwikłanego) pierwszego rzędu na trajektorie fazowe. Praca polega na opisie struktur geometrycznych związanych z transformacją Legendre'a oraz jej interpretacji jako składanie obiektów tworzących w geometrii symplektycznej.

Temat 3. Zasady wariacyjne i kontrola dysypatywnych układów statycznych.

Podstawową zasadą wariacyjną jest zasada prac wirtualnych. Celem pracy jest dyskusja opisu układów statycznych, wynikającego z zasady prac wirtualnych.

Temat 4. Równanie Hamiltona-Jacobiego i metoda Jacobiego jako część mechaniki lagranżowskiej.

Często równanie Hamiltona-Jacobiego i metoda Jacobiego są przedstawiane jako część mechaniki hamiltonowskiej. Celem pracy jest geometryczna (symplektyczna) interpretacja równania i metody oraz jej interpretacja jako części mechaniki lagranżowskiej układów jednorodnych.

Temat 5. Elektrodynamika w języku form i gęstości.

Chodzi o zapisanie równań elektrodynamiki (wersja infinitesimalna i całkowita) oraz układu mechanicznego z nią sprzężonego, w języku współczesnej geometrii różniczkowej.

Temat 6. Porównanie więzów wakonomicznych i nieholonomicznych.

Dyskusja dwóch sposobów otrzymywania równań ruchu układów z więzami. Jest ściśle związana z dyskusją pojęcia więzów.

Temat 7. **Równania różniczkowe cząstkowe jednej zmiennej geometrycznie.**

Interpretacja równania i jego rozwiązań w języku geometrii symplektycznej (w równaniu nie występują wartości funkcji, tylko jej pochodne) i geometrii kontaktowej (przypadek ogólny).

Temat 8. **Lagranżowskie i hamiltonowskie sformułowanie elektrodynamiki ze źródłami.**

Chodzi o opis wariacyjny w elektrodynamice z uwzględnieniem źródeł.

dr Szymon Charzyński

Ewolucja unitarna z hamiltonianem zależnym od czasu

Równanie Schrödingera określa ewolucję unitarną stanu kwantowego. Problem znalezienia ewolucji unitarnej może być przedstawiony jako znalezienie krzywej całkowitej równania różniczkowego zwyczajnego na grupie unitarnej. Rozwiązania takiego problemu można poszukiwać w postaci Weia-Normana. Okazuje się, że przechodząc do kompleksyfikacji grupy unitarnej i dokonując pewnego szczególnego wyboru współrzędnych na grupie równania Weia-Normana istotnie się upraszczają i separują - otrzymuje się hierarchię równań Riccatiego i całek. Celem pracy będzie zastosowanie tej metody do znajdowania ścisłych rozwiązań dla konkretnych hamiltonianów (zależnych od czasu) w skończone wymiarowych przestrzeniach Hilberta.

Układy równań różniczkowych z nieliniową zasadą superpozycji i ich zastosowania

Badanie własności równań i układów równań posiadających nieliniową zasadę superpozycji, czyli posiadających tę własność, że ogólne rozwiązanie równania daje się przedstawić jako funkcjonal od pewnej skończonej liczby rozwiązań szczególnych. Zastosowanie metod geometrycznych i algebraicznych. Wykorzystanie metody Weia-Normana. Zastosowania fizyczne, takie jak np. znajdowanie rozwiązań równania Schrödingera zależnego od czasu.

Modele akrecji na czarną dziurę

Celem pracy będzie wykonanie porównania znanych analitycznych (przybliżonych lub ścisłych) modeli akrecji na czarną dziurę, takich jak na przykład akrecja Bondiego, z wynikami symulacji numerycznych. Drugim ewentualnie celem będzie modelowanie akrecji nie mających swojego odpowiednika analitycznego. Ważnym elementem będzie analiza własności otrzymanych rozwiązań i ich wizualizacja.