

Seria 3

Zespół mikrokanoniczny

Zadanie 1

Założ, że entropia S jest pewną funkcją liczby mikrostanów Ω , tzn. $S = f(\Omega)$. Wykaż, że z addytywności entropii i z multiplikatywności liczby mikrostanów dla układów niezależnych wynika $f(\Omega) = k \log(\Omega)$ dla pewnej stałej $k > 0$.

Zadanie 2

Rozważmy gaz składający się z idealnie sprężystych kul o objętości V_0 . Ustal zależność liczby mikrostanów $\Omega(E, V, N)$ od objętości. Wyprowadź równanie stanu, $p = \frac{NkT}{V - NV_0}$. Przy obliczeniach, przyjmij, że objętość wszystkich kul jest znacznie mniejsza od całkowitej objętości pudełka ($V \gg NV_0$).

Zadanie 3

W modelu Einsteina układu kwantowych oscylatorów policzyć entropię S , a następnie wyznaczyć zależności energii wewnętrznej układu od temperatury T . Wyznaczyć ciepło molowe c_V ciała stałego i zbadać jego zachowanie dla dużych i małych temperatur.

Zadanie 4

Izolowany układ N niezależnych, rozróżnialnych cząsteczek. Każda cząsteczka posiada dwa stany energetyczne $-\varepsilon_0, \varepsilon_0$.

- Wyznacz liczbę mikrostanów $\Omega(N, E)$.
- Zakładając, że $N \gg 1$ obliczyć entropię $S(E, N)$ układu, jego temperaturę oraz energię wewnętrzną $E(T)$.
- Obliczyć pojemność cieplną.

Zadanie 5

Wyprowadź wzór na objętość n -wymiarowej kuli.

Zadanie 6

Wyznacz entropię klasycznego gazu doskonałego przy wykorzystaniu zespołu mikrokanonicznego. Korzystając z wyniku wyznaczyć temperaturę oraz jego równanie stanu.

Zadanie 7

Wyznacz entropię kwantowego gazu doskonałego przy wykorzystaniu zespołu mikrokanonicznego. Korzystając z wyniku wyznaczyć temperaturę oraz jego równanie stanu.

Zadanie 8

Rozważ, nieoddziałujący gaz ultrarelatywistyczny cząstek. Dyskretne poziomy energii pojedynczej cząstki opisane są wzorem

$$\varepsilon(n_x, n_y, n_z) = \frac{\pi \hbar c}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}; \quad V = L^3.$$

Wykaż, że dla takiego gazu stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości spełnia

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{4}{3},$$

w kontraście do zwyczajowych $\frac{5}{3}$, dla gazu nierelatywistycznego.