

Seria 5

Zespół kanoniczny, cd.

Zadanie 6

Rozważmy układ N jednakowych i nieoddziałujących kwantowych sztywnych rotatorów o momentach bezwładności I . Stany sztywnego rotatora są numerowane liczbami kwantowymi $J = 0, 1, 2, \dots$ i $M = -J, -J+1, \dots, J-1, J$, a energie wyrażają się wzorem:

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1)$$

Oblicz sumę statystyczną $Z_N(\beta)$, energię wewnętrzną U i ciepło właściwe c_V . Zbadaj jak zachowuje się ciepło właściwe w granicy wysokich i niskich temperatur (i co to właściwie znaczy *wysokich*, a co *niskich*).

Zadanie 7

Oblicz ciepło właściwe gazu doskonałego o cząsteczkach dwuatomowych. Wskazówka: energię każdej cząsteczki można z dobrym przybliżeniem przedstawić jako sumę energii translacyjnej $E_{\text{trans}} = p_i^2/2m$, energii rotacyjnej $E_{\text{rot}} = \hbar^2/2I J(J+1)$ i energii oscylacyjnej (wibracyjnej) $E_{\text{osc}} = \hbar \omega(n + 1/2)$, a suma jednocząstkowa suma statystyczna to:

$$Z_1(\beta) = Z_{\text{trans}}(\beta) Z_{\text{rot}}(\beta) Z_{\text{osc}}(\beta)$$

Użyj komputera aby zrobić wykres jak ciepło właściwe będzie zależało od temperatury dla swojego ulubionego gazu dwuatomowego (H_2 , O_2 , CO , N_2 , etc.). Znajdź w internecie potrzebne dane o momencie bezwładności cząsteczek i częstości oscylacji.

Zadanie 8

Rozważmy gaz N cząsteczek jednoatomowych, w którym prędkości cząsteczek/atomów są opisane rozkładem Maxwella:

$$f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}, \quad v \in [0, \infty]$$

Jak zmieni się energia wewnętrzna, jeśli z takiego gazu usuniemy 1% najszybszych cząsteczek?

Zadanie 9

Oblicz sumę statystyczną dla jednowymiarowego modelu Isinga. W modelu Isinga mamy łańcuch N nieruchomych cząstek o spinie $1/2$ mogących przyjmować rzuty ± 1 na kierunek osi z i oddziałujących z najbliższymi sąsiadami.