

Mechanika Klasyczna 2018/2019

6. seria zadań domowych

- Zad. 1** Punkt materialny o masie M porusza się bez tarcia po cykloidzie o równaniu $x = a(\Theta - \sin \Theta)$, $y = a \cos \Theta$, ($0 \leq \Theta \leq 2\pi$), przy czym oś y skierowana jest pionowo. Znaleźć lagranżjan oraz równania ruchu punktu. Pokazać, że wielkość $u(t) = \cos\left(\frac{\Theta}{2}\right)$ spełnia równanie oscylatora harmonicznego i podać jego częstość.
- Zad. 2** Masa M może poruszać się bez tarcia po poziomej szynie. Do tej masy przyczepiono wahadło matematyczne o masie m i długości l . Wahadło może poruszać się tylko w płaszczyźnie równoległej do szyny. Znaleźć równania ruchu. Podać ich rozwiązanie w granicy małych wychyleń.
- Zad. 3** Dwa jednakowe wahadła matematyczne o długości l i masach m zaczepione są na tym samym poziomie w odległości b od siebie. Masy m połączone są nieważką, sztywną sprężyną o długości swobodnej b i współczynnikiem sprężystości k . Znaleźć małe drgania układu w płaszczyźnie pionowej zawierającej oba wahadła.
- Zad. 4** Punkt materialny o masie m i ładunku q porusza się w polu indukcji magnetycznej $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Dodatkowo na punkt działa siła harmoniczna $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$. Znaleźć małe drgania masy m wokół punktu równowagi.

Wsk.: Potencjał uogólniony siły Lorentza $\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ma postać $U_L = -q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}$, gdzie $\mathbf{A}$ potencjał wektorowy pola indukcji magnetycznej ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$). Sprawdzić, że dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ można przyjąć $\mathbf{A} = (0, xB, 0)$.