

Mechanika Klasyczna 2018/2019

7. seria zadań domowych

Zad. 1

Lagrangian dla potencjału $V(r)$ przy ruchu płaskim podlega separacji jako układ Liouville'a. Znaleźć tą metodą całki ruchu.

Zad. 2

Księżyc Kordylewskiego (Trojańczycy). W układzie Ziemia-Księżyc (obracającym się zgodnie z siłami grawitacji), sprawdzić że położenie ekstremum potencjału efektywnego od obu ciał (punkt Lagrange'a) znajduje się w wierzchołku trójkąta równobocznego, gdzie jeden z boków łączy ciała. Rozwiązując równania ruchu metodą małych drgań, sprawdzić że pomimo formalnej równowagi nietrwałej trzecie ciało w pobliżu tego punktu wykonuje oscylacje.

Zad. 3

Brachistochrona (krzywa najszybszego spadku). Po jakiej krzywej $y(x)$ ciało początkowo spoczywające dotrze najszybciej do wybranego punktu w polu $\mathbf{g} = (g, 0, 0)$? W zadaniu użyć równań Eulera-Lagrange'a dla działania (czasu)

$$t_0 = \int_0^x ds/v = \int_0^x \sqrt{(1+y'^2)/2gx} dx$$

gdzie $ds = \sqrt{1+y'^2}dx$ i $v = \sqrt{2gx}$. Znaleźć najpierw stałą ruchu i dalej rozwiązać równanie różniczkowe.

Serię przygotował Adam Bednorz