

Mechanika Klasyczna 2018/2019

8. seria zadań domowych

Zad. 1

Linę przewieszono przez bloczek; jeden jej koniec przymocowano do skrzyni o masie M , na drugim zaś wisi mała o masie m . Mała zaczyna się wspinać po linie z przyspieszeniem a względem liny. Jakie musi być a , by skrzynia zaczęła się unosić?

Zad. 2

Znaleźć ruch końca liny zwisającej pionowo w dół, która zsuwa się z płaszczyzny poziomej w ten sposób, że jej część leżąca na tej płaszczyźnie porusza się wzdłuż prostej. Tarcie liny zaniedbujemy.

Zad. 3

a) Porównać współrzędne eliptyczne i współrzędne biegunowe mierzone od ogniska elips o stałym ξ :

$$\begin{cases} x = c \cosh \xi \cos \eta = r \cos \varphi \pm c, \\ y = c \sinh \xi \sin \eta = r \sin \varphi \end{cases}$$

Niech ciało krąży po elipsie zadanej przez warunek $\xi = \text{const}$ ze stałym momentem pędu $J = mr^2\dot{\varphi}$ względem ogniska. Znaleźć zależność $\dot{\eta}$ (a w konsekwencji wartości prędkości – przypomnieć sobie ćwiczenia) od ξ , η i J .

b) Niech powyższą elipsę zatacza planeta krążąca wokół gwiazdy o masie M . Znaleźć zależność J od ξ i M .

Wskazówka: $E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{J^2}{m^2r^2} + V(r)$. Jaką wartość przyjmuje $\dot{r}$ i η w peryhelium i w aphelium?

c) Znaleźć prędkość przebiegu ciała punkowego o masie m po orbicie eliptycznej zadanej przez $\xi = \text{const}$ okrążającej dwie gwiazdy o masach M_1 i M_2 leżące w ogniskach orbity ($x_{1,2} = \pm c$), korzystając z twierdzenia Bonneta. Ruch gwiazd zaniedbać.

Przypomnienie twr. Bonneta: jeśli n różnych pól sił w działaniu na dane ciało wytwarza niezależnie od siebie takie same orbity, choć z różnymi prędkościami przebiegu $v_1, v_2, \dots, v_n$ w danym punkcie P orbity, wtedy ta sama orbita będzie także wytwarzana przez sumę tych pól sił, z prędkością przebiegu $v = \sqrt{v_1^2 + \dots + v_n^2}$ w punkcie P .

Serię przygotował Stanisław Sołtan