

## I seria zadań z mechaniki kwantowej I (2004/2005) – 3 zadania

### Zadanie 1.

Znaleźć szereg Fouriera dla funkcji-piły o okresie  $2\pi$  zdefiniowanej w przedziale  $[-\pi, \pi]$  wzorem  $f(x) = |x|$ . Wykazać, że  $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$ .

### Zadanie 2.

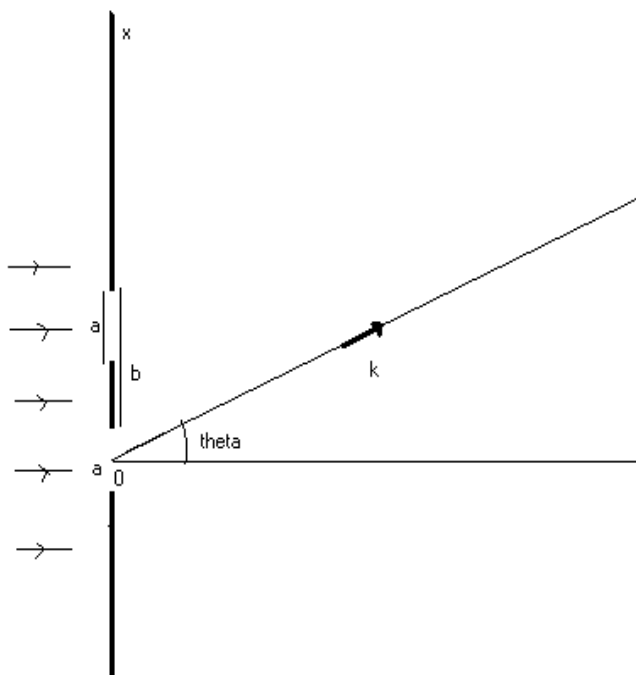
Gdy na szczeliny przesłony pada prostopadle fala płaska o długości fali  $\lambda$  i amplitudzie  $\psi(x)$ , to amplituda fali ugiętej pod kątem  $\theta$  jest proporcjonalna do jej transformaty Fouriera:

$$\tilde{\psi}(k_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x} \psi(x) dx, \quad \text{gdzie } k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta.$$

Znaleźć i przedyskutować (wykres!) rozkład natężenia fali ugiętej  $(\tilde{\psi}(k_x))^2$  przy dyfrakcji:

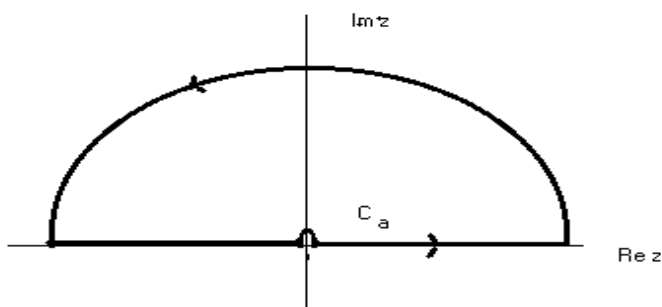
- a) na pojedynczej szczelinie o szerokości  $a$ , czyli dla  $\psi(x) = \begin{cases} A & x \in [-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}] \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$ ,
- b) na siatce dyfrakcyjnej z  $N$  szczelinami o szerokości  $a$  odległymi o  $b$ , czyli dla

$$\psi(x) = \begin{cases} A & x \in [-\frac{a}{2} + nb, \frac{a}{2} + nb], \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$



**Zadanie 3.**

a) Wykazać, że  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$ . Wskazówka: Rozważyć całkę  $\int_{C_a} \frac{e^{iz}}{z} dz$ .



b) Obliczyć całkę Fresnela  $\int_0^{\infty} e^{ix^2} dx$ . Wskazówka: Rozważyć całkę  $\int_{C_b} e^{-z^2} dz$ .

