

Mechanika Kwantowa
III rok
Zadania domowe seria 5

1. Wypisz i rozwiąż stacjonarne równanie Schrödingera dla oscylatora harmonicznego w przestrzeni pędów.
2. Cząstka w potencjale oscylatora harmonicznego znajduje się dla $t = 0$ w stanie opisanym funkcją falową

$$\Psi(x) = A(\Psi_0 + \Psi_1)$$

gdzie Ψ_0 i Ψ_1 są stanami własnymi energii odpowiadającymi liczbom kwantowym $n = 0$ i $n = 1$

- a) Znajdź stałą normalizacyjną A .
 - b) Znajdź $\Psi(x, t)$ oraz $|\Psi(x, t)|^2$
 - c) Pokaż, że wartość oczekiwana $\langle x \rangle$ oscyluje w funkcji czasu. Jaka jest amplituda i częstość tych oscylacji?
 - d) Korzystając z c) znajdź $\langle p \rangle$
3. Oblicz następujące komutatory
 - a) $[L_z, y], [L_z, x^2]$ (L jest operatorem momentu pędu)
 - b) $[H, p_x^2]$.
 4. Pokaż, że

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot (\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) + i\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

gdzie \mathbf{a} i \mathbf{b} są dowolnymi wektorami, a $\boldsymbol{\sigma}$ - macierzami Pauliego: $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$