

**Mechanika Kwantowa**  
**III rok**  
**Zadania domowe seria 8**

1. Dla elektronu w atomie wodoru znajdującego się w stanie  $1s$  obliczyć
  - (a) średnią odległość od jądra
  - (b) najbardziej prawdopodobną odległość od jądra
  - (c) średni kwadrat odległości od jądra
  - (d) dyspersję odległości od jądra
  - (e) prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w obszarze odległości mniejszych od odległości najbardziej prawdopodobnej
  - (f) średnią energię oddziaływania potencjalnego
  - (g) średnią energię kinetyczną
2. Hamiltonian  $H$  układu zależy od parametru  $\lambda$ , a  $E_n$  i  $|\Psi_n\rangle$  są energiami i unormowanymi funkcjami falowymi dla stanów stacjonarnych dla tego hamiltonianu. Udowodnić dla tego przypadku tzw. twierdzenie Hellmana-Feynmana

$$\langle \Psi_n | \frac{\partial H}{\partial \lambda} | \Psi_n \rangle = \frac{\partial E_n}{\partial \lambda}$$

Następnie, korzystając z tego twierdzenia

- (a) przyjmując  $\lambda = e^2$  wyznaczyć wartość oczekiwaną  $\langle \frac{1}{r} \rangle$  dla atomu wodoru w ustalonym stanie własnym energii
  - (b) przyjmując  $\lambda = l$  wyznaczyć wartość oczekiwaną  $\langle \frac{1}{r^2} \rangle$  dla atomu wodoru w ustalonym stanie własnym energii
  - (c) przyjmując  $\lambda = \omega$  wyznaczyć wartość oczekiwaną energii potencjalnej dla trójwymiarowego oscylatora harmonicznego w ustalonym stanie własnym energii
  - (d) przyjmując  $\lambda = \hbar$  wyznaczyć wartość oczekiwaną energii kinetycznej dla trójwymiarowego oscylatora harmonicznego w ustalonym stanie własnym energii
3. Cząstka znajduje się w sześciennym o boku  $a$  i nieprzenikalnych ściankach. Wyznaczyć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki w stanach stacjonarnych. Przeanalizować degenerację poziomów energetycznych. W szczególności zwrócić uwagę na degenerację przypadkową, rozpatrując np. stany dla  $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 129$ .
4. Korzystając z rachunku zaburzeń wyznaczyć wartość poprawki do energii stanu podstawowego atomu wodoru spowodowaną potraktowaniem protonu jako jednorodnie naładowanej kuli o promieniu  $R \approx 1fm$ .