

Kolokwium poprawkowe z mechaniki kwantowej I

22 stycznia 2005 r.

Brak obliczeń pośrednich, uzasadnień i dyskusji wyników spowoduje istotne obniżenie oceny.

Zadanie 1 (5 pkt.)

a) Dla rotatora płaskiego ($\hat{H} = \frac{\hat{L}_z^2}{2I}$, I - moment bezwładności rotatora) wyznaczyć poziomy energetyczne i odpowiadające im ortonormalne funkcje falowe. Określić stopień degeneracji wyznaczonych poziomów.

b) Wyznaczyć $\Psi(\varphi, t)$, jeśli w chwili $t = 0$ rotator znajduje się w stanie

$$\Psi(\varphi, t = 0) = \frac{2}{\sqrt{3\pi}} \cos^2 \varphi.$$

Jakie wartości energii i z jakimi prawdopodobieństwami da pomiar energii w tym stanie?

Wskazówka: Rotator płaski jest układem o jednym stopniu swobody φ i jego funkcja falowa spełnia warunek $\psi(\varphi) = \psi(\varphi + 2\pi)$.

Zadanie 2 (5 pkt.)

a) Wyznaczyć dyspersje pędu radialnego i odległości od początku układu współrzędnych w stanie $\psi = \sqrt{\frac{\lambda^3}{\pi}} e^{-\lambda r}$ i sprawdzić, że uzyskane wartości spełniają zasadę nieoznaczoności dla tych wielkości.

b) Określić, dla jakiej wartości λ powyższa funkcja opisuje stan stacjonarny atomu wodoru, i wyznaczyć energię tego stanu.

Wskazówki:

a) Obliczyć najpierw komutator operatorów pędu radialnego \hat{p}_r i odległości od środka układu r i wypisać odpowiednią zasadę nieoznaczoności (w reprezentacji położeniowej: $\hat{p}_r = \frac{\hbar}{i} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r$).

b) Wykorzystać odpowiednie równanie radialne.

Zadanie 3 (5pkt.)

W pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń wyznaczyć poprawki do energii w stanie podstawowym i pierwszym wzbudzonym dla cząstki o masie m w potencjale dwuwymiarowej studni:

$$V(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a, 0 < y < a \\ \infty & \text{pozostałe } x \text{ i } y, \end{cases}$$

uwzględniając zaburzenie:

$$V'(x, y) = \begin{cases} V_0 \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{a} & 0 < x < a, 0 < y < a \\ 0 & \text{pozostałe } x \text{ i } y. \end{cases}$$

W wypadku degeneracji wyznaczyć (w zerowym rzędzie) funkcje falowe odpowiadające uzyskanym poprawkom do energii.

Wskazówka: $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$.

Powodzenia!