XI seria zadań domowych z elektrodynamiki R (2009/10)

Zadanie 1.
Sprawdzić, że analizowane na ćwiczeniach wzory Fresnela można zapisać w postaci

$$\tilde{E}'_\perp = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\tilde{E}_\perp, \quad \tilde{E}'_\parallel = \frac{\mathrm{tg}(\alpha-\beta)}{\mathrm{tg}(\alpha+\beta)}\tilde{E}_\parallel,$$

$$\tilde{E}''_\perp = \frac{2\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}\tilde{E}_\perp, \quad \tilde{E}''_\parallel = \frac{2\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}\tilde{E}_\parallel,$$

gdzie $'$ i $''$ oznaczają falę odbitą i falę załamaną, α - kąt padania, β - kąt załamania.

Zadanie 2.
Warstwa dielektryczna o przenikalności elektrycznej ε_2, ograniczona płaszczyznami $z=0$ i $z=a$, rozdziela ośrodki dielektryczne o przenikalnościach ε_1 i ε_3, przy czym $\mu_1=\mu_2=\mu_3$. Na tę warstwę prostopadle do jej powierzchni pada z obszaru $z<0$ o przenikalności ε_1 monochromatyczna płaska fala elektromagnetyczna. Przy jakiej grubości warstwy odbicie będzie minimalne? Przy jakim związku między ε_1, ε_2, ε_3 fali odbitej wtedy nie będzie wcale?
Wskazówka: Zamiast sumować po kolejnych przejściach i odbiciach wygodniej jest wyznaczyć bezpośrednio z warunków zszycia sumaryczne amplitudy poszczególnych fal.

Zadanie 3.
Wyznaczyć pola $\vec{E}(\vec{r},t)$ i $\vec{B}(\vec{r},t)$ dla monochromatycznych fal typu TE, TM i TEM, które mogą rozchodzić się w falowodzie ograniczonym dwoma doskonale przewodzącymi równoległymi płaszczyznami odległymi o a i wypełnionym dielektrykiem przezroczystym o przenikalnościach ε i μ. Wyznaczyć częstości minimalne dla poszczególnych modów fal. Obliczyć gęstość prądu powierzchniowego w płaszczyznach przewodzących.
Wskazówka: Wybierając układ współrzędnych tak, aby płaszczyznami przewodzącymi były płaszczyzny $y=0$ i $y=a$, a oś z była kierunkiem rozchodzenia się fali w falowodzie, poszukać wewnątrz falowodu rozwiązań równań Maxwella postaci

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\{\tilde{\vec{E}}(y)e^{i(kz-\omega t)}\}, \quad \vec{B}(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\{\tilde{\vec{B}}(y)e^{i(kz-\omega t)}\}$$

i następnie uwzględnić warunki brzegowe na powierzchniach przewodzących.

Zadanie dodatkowe.
Wyznaczyć możliwe częstości i pola $\vec{E}(\vec{r},t)$ i $\vec{B}(\vec{r},t)$ dla modów fal monochromatycznych TE i TM w rezonatorze kulistym, czyli w kuli dielektrycznej o przenikalnościach ε i μ i promieniu R ograniczonej doskonale przewodzącą sferą.
Wskazówka: Wykorzystać metodę przedstawioną w paragrafie 16.2 w podręczniku Jacksona.

6.05.2010