

IV seria zadań domowych z elektrodynamiki R (2009/10)

Zadanie 1.

Punktowy dipol magnetyczny o momencie dipolowym \vec{m}' spoczywa w początku układu inercjalnego U' , który porusza się względem układu inercjalnego U ze stałą prędkością \vec{u} . Wyznaczyć potencjał skalarny $\phi(\vec{r}, t)$ pola elektromagnetycznego w układzie U . Zauważyć, że w granicy nierelatywistycznej jest to potencjał punktowego dipola elektrycznego o momencie dipolowym elektrycznym $\vec{p} = \frac{\vec{u} \times \vec{m}'}{c^2}$.

Wskazówka: W układzie U' mamy $\phi'(\vec{r}') = 0$, $\vec{A}'(\vec{r}') = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}' \times \vec{r}'}{r'^3}$.

Zadanie 2.

W układzie inercjalnym U' stałe pola \vec{E}' i \vec{B}' nie są do siebie prostopadłe i nie są równoległe. Z jaką prędkością \vec{u} względem układu inercjalnego U (o osiach równoległych do osi układu U) winien poruszać się układ U' , aby w układzie U było $\vec{E} \parallel \vec{B}$? Czy zawsze istnieje rozwiązanie i czy jest jedyne? Obliczyć E i B w układzie U .

Zadanie 3.

Układ inercjalny U' porusza się ze stałą prędkością \vec{u} względem układu inercjalnego U i osie obu układów są do siebie równoległe. W układzie U' cząstka ma prędkość \vec{v}' i przyspieszenie \vec{a}' . Wykazać, że w układzie U składowe przyspieszenia (równoległa i prostopadła do prędkości \vec{u}) są określone wzorami:

$$a_{\parallel} = \frac{1}{\gamma^3 \left(1 + \frac{\vec{u}\vec{v}'}{c^2}\right)^3} a'_{\parallel},$$
$$\vec{a}_{\perp} = \frac{1}{\gamma^2 \left(1 + \frac{\vec{u}\vec{v}'}{c^2}\right)^3} \left(\vec{a}'_{\perp} + \frac{\vec{u}}{c^2} \times (\vec{a}' \times \vec{v}')\right),$$

gdzie $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$.

Uwaga: Są to relatywistyczne odpowiedniki nierelatywistycznego wzoru $\vec{a} = \vec{a}'$.

Zadanie 4.

Wyznaczyć prędkość i położenie statku kosmicznego o masie m , który w swoim układzie spoczynkowym porusza się ze stałym przyspieszeniem \vec{g} (w chwili $t = 0$ statek wystartował z początku inercjalnego układu współrzędnych, w którym obserwujemy jego ruch).

11.03.2010