

## IX seria zadań domowych z elektrodynamiki R (2009/10)

### Zadanie 1.

Wyznaczyć potencjał  $\phi$  pola pierścienia kołowego o promieniu  $R$  jednorodnie naładowanego ładunkiem  $q$ , znajdującego się w jednorodnym izotropowym dielektryku o przenikalności  $\varepsilon$ . Obliczyć  $\phi$  i natężenie pola  $\vec{E}$  na osi symetrii pierścienia (prostopadłej do jego płaszczyzny). Przeanalizować potencjał w dużych odległościach z uwzględnieniem wyrazów do momentu kwadrupolowego włącznie.

Wskazówka: Potencjał daje się wyrazić przez całkę eliptyczną zupełną pierwszego rodzaju. Można go też zapisać w postaci szeregu z wielomianami  $P_l(\cos \vartheta)$ . Porównać obie metody.

### Zadanie 2.

Dla elipsoidy o półosiach  $a, b, c$  naładowanej jednorodnie ładunkiem  $Q$  znaleźć momenty multipolowe elektryczne i potencjał  $\phi$  w dużych odległościach w przybliżeniu multipolowym do momentu kwadrupolowego włącznie.

### Zadanie 3.

Wykazać, że potencjał  $\phi$  pola ładunku punktowego  $q$  umieszczonego w  $\vec{r} = \vec{0}$  w jednorodnym anizotropowym ośrodku dielektrycznym o symetrycznym, dodatnio określonym tensorze przenikalności elektrycznej  $\hat{\varepsilon}$  jest dany wzorem:

$$\phi(x_1, x_2, x_3) = \frac{q}{4\pi(\det \hat{\varepsilon})^{\frac{1}{2}}(\sum_{i,k=1}^3 (\hat{\varepsilon}^{-1})_{ik}x_i x_k)^{\frac{1}{2}}}.$$

### Zadanie 4.

a) Znaleźć indukcję  $\vec{B}$  w ogniskach elipsy o półosiach  $a$  i  $b$ , jeśli płynie w niej prąd o natężeniu  $I$ .

b) Znaleźć indukcję magnetyczną  $\vec{B}$  w środku  $n$ -kąta foremego (opisanego na okręgu o promieniu  $R$ ) z prądem o natężeniu  $I$ .

### Zadanie 5.

Wyznaczyć i przedyskutować  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  dla pola kuli o promieniu  $R$ , naładowanej jednorodnie objętościowo ładunkiem  $Q$  i obracającej się wokół swej średnicy z prędkością kątową  $\vec{\omega}$ .

### Zadanie dodatkowe.

a) Wykazać, że w jednorodnym ośrodku o przenikalności elektrycznej  $\varepsilon$  przy dowolnym rozkładzie gęstości ładunku wartość średnia natężenia pola elektrycznego  $\langle \vec{E} \rangle$  w kuli o promieniu  $R$  i środku w  $P$  wynosi

$$\langle \vec{E} \rangle = \vec{E}_>(P) - \frac{\vec{p}_<}{4\pi\varepsilon R^3},$$

gdzie  $\vec{E}_<(P)$  jest natężeniem pola elektrycznego w  $P$  wytworzonego przez ładunki znajdujące się na zewnątrz kuli, a  $\vec{p}_<$  jest dipolowym momentem elektrycznym ładunku znajdującego się we wnętrzu kuli.

b) Wykazać, że odpowiadający temu wzór w magnetostatyce ma postać

$$\langle \vec{B} \rangle = \vec{B}_>(P) + \frac{2\mu\vec{m}_<}{4\pi R^3}.$$