XIII seria zadań domowych z elektrodynamiki klasycznej (2010/11)

Zadania obowiązkowe
Zadanie 1.
a) Sprawdzić, że natężenie pola elektrycznego odpowiadające pewnej monochromatycznej fali kulistej

$$\vec{E}(r,\vartheta,\varphi,t) = A\frac{\sin\vartheta}{r}[\cos(kr-\omega t) - \frac{1}{kr}\sin(kr-\omega t)]\vec{e}_\varphi, \quad \text{gdzie } k = \frac{\omega}{c},$$

spełnia poza źródłem w $r = 0$ swobodne równania Maxwella w próżni i wyznaczyć odpowiadającą tej fali indukcję pola magnetycznego.
b) Obliczyć wektor Poyntinga dla tej fali w strefie falowej i uśrednić go po okresie fali.
c) Obliczając strumień uśrednionego wektora Poyntinga po sferze o promieniu r wyznaczyć uśrednioną całkowitą moc źródła promieniowania.

Zadanie 2.
Na płaszczyznę $z = 0$, rozdzielającą dwa przezroczyste ośrodki dielektryczne o przenikalnościach ε_1 i μ_1 oraz ε_2 i μ_2, pada prostopadle z pierwszego ośrodka monochromatyczna płaska, spolaryzowana liniowo, fala elektromagnetyczna o częstości ω i amplitudzie pola elektrycznego E_0. Wyznaczyć pola $\vec{E}$ i $\vec{B}$ w całej przestrzeni oraz obliczyć i przedyskutować (wykres w zależności od $\alpha \equiv \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_1}{\varepsilon_1\mu_2}}$) współczynniki przejścia i odbicia dla uśrednionych po czasie gęstości strumienia energii pola elektromagnetycznego. Obliczyć liczbowo współczynniki przejścia i odbicia, gdy fala świetlna pada z próżni na szkło z $\mu_1 = \mu_0 \approx \mu_2$ i $n_{21} = 1,5$.

Zadanie 3.
Warstwa dielektryczna o przenikalności elektrycznej ε_2, ograniczona płaszczyznami $z = 0$ i $z = a$, rozdziela ośrodki dielektryczne o przenikalnościach ε_1 i ε_3, przy czym $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$. Na tę warstwę prostopadle do jej powierzchni pada z obszaru $z < 0$ o przenikalności ε_1 monochromatyczna płaska fala elektromagnetyczna. Przy jakiej grubości warstwy odbicie będzie minimalne? Przy jakim związku między ε_1, ε_2, ε_3 fali odbitej wtedy nie będzie wcale?
Wskazówka: Zamiast sumować po kolejnych przejściach i odbiciach wygodniej jest wyznaczyć bezpośrednio z warunków zszycia sumaryczne amplitudy poszczególnych fal.

Zadanie nadobowiązkowe
Zadanie 4.
Sprawdzić, że znane z wykładu wzory Fresnela można zapisać w postaci

$$\tilde{E}'_\perp = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\tilde{E}_\perp, \quad \tilde{E}'_\parallel = \frac{\mathrm{tg}(\alpha-\beta)}{\mathrm{tg}(\alpha+\beta)}\tilde{E}_\parallel,$$

$$\tilde{E}''_\perp = \frac{2\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}\tilde{E}_\perp, \quad \tilde{E}''_\parallel = \frac{2\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}\tilde{E}_\parallel,$$

gdzie $'$ i $''$ oznaczają falę odbitą i falę załamaną, α - kąt padania, β - kąt załamania.

24.05.2011