

VIII seria zadań domowych z elektrodynamiki klasycznej (2010/11)

Zadania obowiązkowe

Zadanie 1.

W nieskończenie długim i pustym wewnątrz kanale prostokątnym $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq \infty$ ścianka $y = 0$ ma stały potencjał V_0 , a ścianki boczne są uziemione. Wyznaczyć rozkład potencjału $\phi(x, y)$ wewnątrz kanału i gęstość ładunku powierzchniowego na wewnętrznej ścianie jego dna ($y = 0$).

Wskazówka: Otrzymany szereg można zsumować wykorzystując dla $|z| < 1$ rozwinięcie

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{2n+1}.$$

Zadanie 2.

Wewnątrz sfery przewodzącej o promieniu R naładowanej ładunkiem Q umieszczono w odległości $d < R$ ładunek punktowy q .

- Wyznaczyć rozkład potencjału ϕ w całej przestrzeni.
- Obliczyć gęstość powierzchniową ładunku na sferze i sprawdzić, czy jej całkowity ładunek jest równy Q .
- Obliczyć siłę działającą na ładunek punktowy q .

Zadanie 3.

Wewnątrz kąta dwusiecznego π/n , $n = 1, 2, 3, \dots$, utworzonego przez uziemione płaszczyzny przewodzące, umieszczono ładunek punktowy q .

- Znaleźć położenia ładunków obrazów i rozkład potencjału wewnątrz kąta dwusiecznego.
- W przypadku $n = 2$ przy ładunku punktowym umieszczonym na dwusiecznej kąta w odległości d od wspólnej krawędzi ścian obliczyć siłę działającą na ładunek punktowy q .

Zadanie 4.

Wykazać przy użyciu odpowiedniej funkcji Greena, że rozkład potencjału pola w pustej przestrzeni na zewnątrz sfery S o promieniu R i potencjale równym $V(\vartheta, \varphi)$ (w stosunku do zerowego potencjału w nieskończoności) określony jest przez całkę

$$\phi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{R(r^2 - R^2)}{4\pi} \int_S \frac{d\Omega' V(\vartheta', \varphi')}{(\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \gamma})^3},$$

gdzie $\cos \gamma = \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi')$.

Zadanie nadobowiązkowe

Zadanie 5.

Wyznaczyć rozkład potencjału wewnątrz nieskończonej uziemionej rury przewodzącej o promieniu R po umieszczeniu w niej w odległości $d < R$ (równoległe do osi walca) nieskończenie długiej nici naładowanej ze stałą gęstością liniową λ .

5.04.2011