

Matematyka II
Zadania domowe – geometria analityczna

1. Dane są trzy wektory: $\vec{a} = (1, -1, 1)$, $\vec{b} = (5, 1, 1)$, $\vec{c} = (0, 3, -2)$. Obliczyć
 - (a) $\vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$
 - (b) $|\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{b} \cdot \vec{c})$
 - (c) $(\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{b}) - |\vec{a}|^2(\vec{b} \cdot \vec{c})$
2. Pokazać, że dla dowolnego prostokąta $ABCD$ i dowolnego punktu M (który niekoniecznie musi leżeć w tej samej płaszczyźnie co prostokąt) zachodzi
 - (a) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$
 - (b) $|\overrightarrow{MA}|^2 + |\overrightarrow{MC}|^2 = |\overrightarrow{MB}|^2 + |\overrightarrow{MD}|^2$
3. Dany wektor $\vec{a}$ zapisać w postaci sumy dwóch wektorów, z których pierwszy jest równoległy do wektora $\vec{b} = (1, -1, 2)$, a drugi jest do niego prostopadły. Wektor $\vec{a}$ ma postać
 - (a) $(2, -2, 4)$
 - (b) $(1, 1, 2)$
 - (c) $(4, 0, -2)$
4. Znaleźć równania prostych przechodzących przez następujące dwa punkty
 - (a) $A(1, 3, -1)$, $B(4, 2, 1)$
 - (b) $A(3, 2, 5)$, $B(4, 1, 5)$
 - (c) $A(-1, 1, 2)$, $B(5, 1, 2)$
5. Znaleźć równania prostej przechodzącej przez punkt $A(1, 3, 1)$ i równoległej do prostej
 - (a) $x + y - z + 2 = 0, 2x + 3y + z = 0$
 - (b) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+2}{21}$
 - (c) $x = 2, y = 3$
 - (d) $x = 0, z = 0$
 - (e) $y = -1, z = 2$
6. Znaleźć równania płaszczyzn przechodzących przez następujące trzy punkty (jeśli są to punkty niewspółliniowe):
 - (a) $A(2, 1, 3)$, $B(-1, 2, 5)$, $C(3, 0, 1)$
 - (b) $A(1, -1, 3)$, $B(2, 3, 4)$, $C(-1, 1, 2)$
 - (c) $A(3, 0, 0)$, $B(0, -1, 0)$, $C(0, 0, 4)$
 - (d) $A(2, 1, 1)$, $B(2, 0, -1)$, $C(2, 4, 3)$
 - (e) $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 3)$, $C(-1, -3, 0)$
7. Dane są dwie płaszczyzny. Określić, czy się przecinają, czy są równoległe czy też są tożsame. Jeśli się przecinają, znaleźć równanie prostej, która jest ich częścią wspólną. Płaszczyzny te są dane równaniami
 - (a) $3x + y - z + 1 = 0$ i $5x + 3y + z + 2 = 0$
 - (b) $x + y - 2z + 1 = 0$ i $6z - 3x - 3y - 3 = 0$
 - (c) $-x + y + z = 1$ i $x - y - z = 2$
 - (d) $x = 3 + u + v$, $y = 2 - u + v$, $z = 3u - 2v$ oraz $x = 5 - u$, $y = 3 + v$, $z = u + 2v$