

Mechanika klasyczna A – 2006/2007

Seria 8, terminy oddania: 4 maja (gr. 1 i 2), 7 maja (gr. 3)

Zadanie 1

Punkt materialny o masie m porusza się w potencjale $V = -kx^2 + \lambda x^4$, gdzie $k > 0, \lambda > 0$. Znajdź położenia równowagi (stabilnej) punktu m . Wyznacz ruch punktu w przybliżeniu małych drgań wokół każdego z punktów równowagi.

Zadanie 2

Rozważmy układ w dwuwymiarowej przestrzeni, składający się z wózka (o masie M) na szynach, pod którym jest pusta przestrzeń oraz podczepionego doń od spodu punkowego ciężarka o masie m . Masa m jest podczepiona przy pomocy nieważkiego pręta o długości L . Układ znajduje się w ziemskim polu grawitacyjnym. Pomijamy wszelkie opory ruchu. Wyznacz małe drgania układu wokół położenia równowagi, w przypadku gdy w chwili $t = 0$ ciała spoczywały, a pręt był odchylony od pionu o kąt Θ_0 .

Wskazówka

Szukając małych drgań możemy rozwinąć lagranżjan w szereg potęgowy względem stopni swobody wokół położenia równowagi oraz ich pochodnych po czasie (które również traktujemy jako małe), a następnie zachować tylko odpowiednie potęgi.

Zadanie 3

Na odcinku o długości L znajdują się trzy punktowe masy (m). Pierwsza masa jest połączona z początkiem odcinka oraz z drugą masą przy pomocy sprężynki, druga z pierwszą oraz z trzecią, a trzecia z drugą i z końcem odcinka. Wszystkie trzy sprężynki mają taką samą stałą sprężystości równą k , a ich długości swobodne są zanedbywalnie małe. Znajdź ogólną postać ruchu mas.

Wskazówka

Ewentualną niejednorodność w równaniach ruchu można zlikwidować, wybierając jako współrzędne wychylenia mas z punktów równowagi.