Zadania domowe z mechaniki kwantowej I - 2008/09
Seria 10

Zadanie 1.
Przy użyciu rachunku zaburzeń oszacować wpływ skończonych rozmiarów jądra atomowego na energię stanu podstawowego atomu wodoropodobnego. Przyjąć, że ładunek jądra rozłożony jest równomiernie na powierzchni kuli o preomieniu $R = 1,2 \cdot 10^{-15} A^{\frac{1}{3}}$ m, gdzie A jest liczbą masową jądra. Obliczyć liczbowo wielkość poprawki dla wodoru i ołowiu.

Zadanie 2.
Z dokładnością do drugiego rzędu rachunku zaburzeń włącznie obliczyć poprawki do energii stanów stacjonarnych cząstki o masie m z energią potencjalną

$$V = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a, \\ \infty & \text{pozostałe } x, \end{cases}$$

zaburzoną przez $V' = \alpha\delta(x - \frac{a}{2})$.
Wskazówka: Sprawdzić, że $\sum_{l=0, l\neq k}^{\infty} \frac{1}{(2l+1)^2-(2k+1)^2} = \frac{1}{4(2k+1)^2}$. Wynik porównać z dokładnym wynikiem uzyskanym w zadaniu 1 z serii III.

Zadanie 3.
Dla dwóch najniższych poziomów energetycznych dwuwymiarowego izotropowego oscylatora harmonicznego (o masie m i częstości ω_0, drgającego w płaszczyźnie xy wokół centrum siły w początku układu) z zaburzeniem $V' = \alpha xy$ ($|\alpha| < m\omega_0^2$) znaleźć w pierwszym nieznikającym rzędzie rachunku zaburzeń poprawki do energii i odpowiednio w rzędzie o jeden niższym wyznaczyć funkcje falowe odpowiadające tym energiom. Znaleźć następnie dokładne rozwiązania tego zagadnienia i porównać uzyskane wyniki.

Zadanie 4.
Przeanalizować liniowe zjawisko Starka dla stanów atomu wodoropodobnego z $n = 3$, czyli wyznaczyć poprawki do energii tego poziomu w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń i odpowiadające im funkcje falowe w zerowym rzędzie rachunku zaburzeń.
Wskazówka: Niezaburzone funkcje falowe $u_{nlm_l} = R_{nl}(r)Y_{lm_l}(\vartheta, \varphi)$ dla $n = 3$ można znaleźć w podręczniku I. Białynickiego-Biruli, M. Cieplaka i J. Kamińskiego *Teoria kwantów.*

Zadanie 5.
Znaleźć w pierwszym nieznikającym rzędzie rachunku zaburzeń wartości własne i wektory własne rzeczywistej macierzy symetrycznej

$$A = \begin{pmatrix} a & d \\ d & b \end{pmatrix}.$$

(rozważyć dwa przypadki $|d| \ll |a - b|$ i $|d| \gg |a - b|$). Otrzymane wyniki porównać z dokładnymi wynikami.

Zygmunt Ajduk
5 stycznia 2009 r.