

## Zadanie z mechaniki kwantowej I 2008/09 seria XI

1. Metodą wariacyjną oszacować energię stanu podstawowego atomu wodoru. Jako funkcję próbną wybrać

$$\psi(r) = C\left(1 - \frac{r}{\alpha}\right) \quad \text{dla } r \leq \alpha$$

i zero dla  $r > \alpha$ .  $C$  jest stałą normalizacyjną. Znaleźć optymalną wartość  $\alpha$  i porównać z promieniem Bohra.

2. Rozważyć jednowymiarowy przyciągający potencjał  $V(x) < 0$  dla wszystkich  $x$ . Korzystając z zasady wariacyjnej pokazać, że dla cząstki w takim potencjale istnieje przynajmniej jeden stan związany.

Wsk. za funkcję próbną należy wziąć  $\psi(x) = C \exp(-\alpha x^2)$ , gdzie  $C$  jest stałą normalizacyjną.

3. Obliczyć w przybliżeniu kwaziklasycznym poziomy energii cząstki o masie  $m$  poruszającej się w jednowymiarowym potencjale Morse'a

$$V(x) = V_0 \left[ e^{-2\frac{x}{a}} - 2e^{-\frac{x}{a}} \right].$$

4. Znaleźć w przybliżeniu kwaziklasycznym stany związane cząstki o masie  $m$ , poruszającej się w trójwymiarowym polu siły o potencjale

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + \frac{\hbar^2 b}{2mr^2}.$$

Otrzymany wynik porównać z wynikiem ścisłym (który też trzeba znaleźć).

7 stycznia 2009