

Zadania z mechaniki kwantowej I 2008/09 seria II

1. Opisać ewolucję czasową następujących funkcji falowych

$$\Psi(x, t) = A \sin \omega t \cos k(x + ct),$$

$$\Psi(x, t) = A \sin(10^{-5} kx) \cos k(x - ct),$$

$$\Psi(x, t) = A \cos k(x - ct) \sin[10^{-5} k(x - ct)].$$

2. Jaka jest wartość oczekiwana pędu $\langle p \rangle$ dla cząstki w stanie

$$\Psi(x, t) = A e^{-(x/a)^2} e^{-i\omega t} \sin kx \quad ?$$

3. Propagator cząstki swobodnej dany jest następującym wyrażeniem

$$K(x', x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \exp \left\{ i \left[k(x - x') - \frac{\hbar k^2 t}{2m} \right] \right\}.$$

Obliczając tę całkę, znaleźć jawne wyrażenie dla tego propagatora.

4. Wykazać, że propagator z zadania 3 ma właściwość

$$K(x', x, 0) = \delta(x' - x),$$

gdzie $\delta(x)$ jest funkcją (dystrybucją) delta Diraca.

5. Wykazać, że propagator z zadania 3 spełnia równanie całkowe

$$K(x', x, t - t_0) = \int K(x', x'', t - t_1) K(x'', x, t_1 - t_0) dx''.$$

Jaka jest tego interpretacja?

6. Na barierę potencjału w jednym wymiarze może padać strumień cząstek albo z lewej albo z prawej strony. Pokazać, że współczynnik przejścia T (odbicia R) jest taki sam niezależnie od kierunku padania wiązki.

17 październik 2008