

Zadania z mechaniki kwantowej I, 2008/09 seria IV

Zadanie 1. Znaleźć widmo układu dwóch sprzężonych oscylatorów a i b

$$H = \hbar\omega_A a^+ a + \hbar\omega_B b^+ b + \lambda(ab + a^+ b^+)$$

gdzie $[a, a^+] = 1$, $[b, b^+] = 1$ i pozostałe komutatory znikają.

Zadanie 2. Znaleźć widmo H

$$H = \hbar\omega a^+ a + \hbar\Omega \sigma^+ \sigma^- + \lambda(\sigma^+ a + \sigma^- a^+)$$

gdzie $[a, a^+] = 1$ i

$$\sigma^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Zadanie 3. Rozwiązać równanie Schrödingera

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\phi\rangle = \hbar\omega a^+ a |\phi\rangle$$

z warunkiem początkowym $\phi(t=0) = |\alpha\rangle$, gdzie $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ i $\alpha \in \mathcal{C}$

Zadanie 4. (trudne) Znaleźć metodą numeryczną widmo kwantowego wahadła matematycznego.

Krzysztof Pachucki