Zadania domowe z mechaniki kwantowej I - 2008/09
Seria 7

Zadanie 1. Przy użyciu metody fal cząstkowych wyznaczyć różniczkowy przekrój czynny dla rozpraszania elastycznego cząstki o masie μ przy energii potencjalnej $V(r) = \frac{\beta}{r^2}$. Zsumować amplitudę rozpraszania i znaleźć rożniczkowy przekrój czynny dla $\frac{8\mu\beta}{\hbar^2} \ll 1$.

Zadanie 2. Przeanalizować rozpraszanie elastyczne w obszarze niskich energii $ka \ll 1$ dla cząstki o masie μ przy energii potencjalnej $V(r) = -\alpha\delta(r-a)$ (wystarczy przeanalizować rozpraszanie w stanie z $l = 0$).

Zadanie 3. W ogólnym wypadku przy sferycznie symetrycznej energii potencjalnej amplituda cząstkowa rozpraszania elastycznego dana jest wzorem $f_l(k) = \frac{\eta_l(k)e^{2i\delta_l(k)}-1}{2i}$, gdzie $0 \leq \eta_l(k) \leq 1$ jest współczynnikiem nieelastyczności i $f(\theta) = \frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)f_l(k)P_l(\cos\theta)$.
a) Wykazać, że $\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(\eta_l^2 - 2\eta_l\cos 2\delta_l + 1)$, $\sigma_{inel} = \frac{\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\eta_l^2)$ i spełnione jest twierdzenie optyczne $\sigma_{tot} \equiv \sigma_{el} + \sigma_{inel} = \frac{4\pi}{k}\mathrm{Im}f(\theta = 0)$.
b) Wykazać, że poniżej progu na rozpraszanie nieelastyczne, czyli dla $\eta_l = 1$, amplitudzie rozpraszania f_l odpowiadają na płaszczyźnie zespolonej punkty na okręgu o promieniu $\frac{1}{2}$ i środku w $\frac{i}{2}$ (wykres na płaszczyźnie zespolonej amplitudy rozpraszania f_l w funkcji energii nosi nazwę diagramu Arganda dla tej amplitudy).
c) Wykazać, że powyżej energii progowej na rozpraszanie nieelastyczne amplituda rozpraszania przyjmuje wartości wewnątrz okręgu z a) czyli wewnątrz koła (zwanego kołem unitarności) o promieniu $\frac{1}{2}$ i środku w $\frac{i}{2}$.
d) Wykazać, że wykresem amplitudy rozpraszania określonej (jako funkcji energii E) wzorem Breita-Wignera $f_l = \frac{\frac{\Gamma_{el}}{2}}{E_r - E - i\frac{\Gamma_{tot}}{2}}$ jest okrąg o promieniu $c = \frac{\Gamma_{el}}{2\Gamma_{tot}}$ i środku w $\frac{ic}{2}$ (amplituda ta odpowiada rozpraszaniu rezonansowemu w $E = E_r$ o stałej szerokości elastycznej Γ_{el} i stałej szerokości całkowitej $\Gamma_{tot} \geq \Gamma_{el}$).
Uwaga: Diagramy Arganda dla wyznaczonych doświadczalnie niskoenergetycznych amplitud rozpraszania πN można obejrzeć na stronach S207-S212 pod adresem
http://prola.aps.org/pdf/RMP/v56/i2/pS1_1

Zygmunt Ajduk
22 listopada 2008 r.