

Zadanie z mechaniki kwantowej I 2009/10 seria VIII

1. Znaleźć unormowane stany własne i energie własne cząstki kwantowej poruszającej się w polu trójwymiarowego potencjału oddziaływania

$$V(r) = \alpha r^2 + \frac{\beta}{r^2}.$$

α i β są to stałe rzeczywiste.

2. a. Obliczyć wartość średnią operatora L_z^2 w stanie opisywanym funkcją falową $\psi = \sqrt{4/3\pi} \sin^2 \phi$.
b. Obliczyć wartość średnią operatora L^2 w stanie opisywanym funkcją falową $\psi = A \sin \theta \cos^2 \phi$.
3. Rozwiązać i przedyskutować zagadnienie własne dla cząstki poruszającej się w trzech wymiarach w sferycznej studni potencjału

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 \leq r \leq a \\ V_0 & \text{dla } r > a. \end{cases}$$

Jakie będą rozwiązania w granicy $V_0 \rightarrow \infty$?

4. (zadanie dodatkowe)

Rozwiązać zagadnienie własne dla cząstki poruszającej się w dwóch wymiarach w kołowej studni potencjału

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 \leq r \leq a \\ \infty & \text{dla } r > a. \end{cases}$$

Rozwiązać analogiczny problem w trzech wymiarach, gdy potencjał jest w kształcie nieskończonego walca.

Wsk. zapoznać się z odpowiednimi funkcjami specjalnymi Bessela pojawiającymi się w tym problemie z dowolnego podręcznika mechaniki kwantowej lub dobrego poradnika matematycznego.

20 XI 2009